Casi di studio portatori

C1

1) Minoritari in lato lungo, noto $p_n'(\phi)$, $\mathcal{E}=\phi$, stazionarietà.

↳ eq. continuità:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} - U_p \ ;$$ J_p è solo di diffusione: $\mathcal{E}=\phi$, dunque i minoritari non si muovono!

↳ $J_p = J_{p\,diff} = -q D_p \frac{\partial p}{\partial x}$, $D_p = \mu_p \frac{k_B T}{q} = \mu_p V_T$; l'equazione differenziale del modello dunque è:

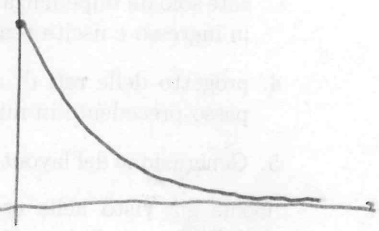
$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - U_p = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p'}{\tau_p} = \phi \Longrightarrow \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \frac{p'}{L_p^2}$$

Nota: fino a quando si parla di minoritari a $\mathcal{E}$ nullo, questa equazione differenziale è valida; dovrò ora imporre le condizioni al contorno!

↳ $p_n'(x) = A\exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) + B\exp\left(\frac{x}{L_p}\right)$; ricordo che $p_n'(\phi)$ è una quantità NOTA.

Se abbiamo lato lungo, $L \to \infty$; dunque:

$$p_n'(L) = \lim_{L\to\infty} p_n'(L) = B\exp\left(\frac{x}{L_p}\right) = \phi \Longrightarrow B = \phi \ ;$$



Poi:

$$p_n'(\phi) = A \Longrightarrow p_n'(x) = p_n'(\phi)\exp\left(-\frac{x}{L_p}\right)$$

2) Minoritari in lato corto, noto $p_n'(\phi)$, $\mathcal{E}=\phi$, stazionario, con metallizzazione per $x=L$

La soluzione dell'equazione differenziale avrà la forma:

$$\begin{cases} p_n'(x) = A\exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) + B\exp\left(\frac{x}{L_p}\right) ; \\ p_n'(L) = \phi \ [\text{metallizzazione}] \\ p_n'(\phi) \ \text{noto} \end{cases}$$

$p_n'(\phi) = A + B \longrightarrow B = p_n'(\phi) - A$;

$\longrightarrow$ ↳ $\phi = A\exp\left(-\frac{L}{L_p}\right) + \left[p_n'(\phi) - A\right]\exp\left(\frac{L}{L_p}\right)$

Da qui si ricava A come:

$$A\left[\exp\left(-\frac{L}{L_p}\right) - \exp\left(\frac{L}{L_p}\right)\right] = -p_n'(\phi)\exp\left(\frac{X}{L_p}\right) \longrightarrow A = p_n'(\phi)\frac{\exp\left(\frac{L}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{L}{L_p}\right)} \ ;$$

$$B = p_n'(\phi) - A = \frac{\cancel{p_n'(\phi)\exp\left(\frac{L}{L_p}\right)} - p_n'(\phi)\exp\left(-\frac{L}{L_p}\right) - \cancel{p_n'(\phi)\exp\left(\frac{L}{L_p}\right)}}{2\sinh\left(\frac{L}{L_p}\right)} = -p_n'(\phi)\frac{\exp\left(-\frac{L}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{L}{L_p}\right)}$$

C2

Da qui:

$$p_n'(x) = p_n'(\emptyset)\,\frac{\exp\left(\frac{L}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{L}{L_p}\right)}\exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) - p_n'(\emptyset)\,\frac{\exp\left(-\frac{L}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{L}{L_p}\right)}\exp\left(\frac{x}{L_p}\right) =$$

$$= \frac{p_n'(\emptyset)}{2\sinh\left(\frac{L}{L_p}\right)}\left[\exp\left(\frac{L-x}{L_p}\right) - \exp\left(\frac{x-L}{L_p}\right)\right] = \boxed{p_n'(\emptyset)\,\frac{\sinh\left(\frac{L-x}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{L_p}\right)}}$$

Considerando L, $|L-x| \ll L_p$, si può sviluppare mediante Taylor l'espressione:

$$p_n'(x) \approx p_n'(\emptyset)\,\frac{\frac{L-x}{\cancel{L_p}}}{\frac{L}{\cancel{L_p}}} = \frac{L-x}{L} = \left(1-\frac{x}{L}\right)p_n'(\emptyset)$$

3) Minoritari in lato corto, note $p_n'(a)$ e $p_n'(b)$

Ancora una volta:

$$p_n'(x) = A\exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) + B\exp\left(\frac{x}{L_p}\right);$$

Per $x = a$:

$$p_n'(a) = A\exp\left(-\frac{a}{L_p}\right) + B\exp\left(\frac{a}{L_p}\right) \longrightarrow A = p_n'(a)\exp\left(\frac{a}{L_p}\right) - B\exp\left(\frac{2a}{L_p}\right)$$

$$p_n'(b) = \left[p_n'(a) - B\exp\left(\frac{a}{L_p}\right)\right]\exp\left(\frac{a}{L_p}\right)\exp\left(\frac{-b}{L_p}\right) + B\exp\left(\frac{b}{L_p}\right)$$

$$\hookrightarrow B\left[-\exp\left(\frac{2a-b}{L_p}\right) + \exp\left(\frac{b}{L_p}\right)\right] = p_n'(b) - p_n'(a)\exp\left(\frac{a-b}{L_p}\right)$$

$$\hookrightarrow B = \frac{p_n'(b) - p_n'(a)\exp\left(\frac{a-b}{L_p}\right)}{-\exp\left(\frac{2a-b}{L_p}\right) + \exp\left(\frac{b}{L_p}\right)} = \frac{p_n'(b)\exp\left(-\frac{a}{L_p}\right) - p_n'(a)\exp\left(-\frac{b}{L_p}\right)}{+2\sinh\left(\frac{b-a}{L_p}\right)}$$

$$A = p_n'(a)\exp\left(\frac{a}{L_p}\right) - \frac{p_n'(b)\exp\left(-\frac{a}{L_p}\right) - p_n'(a)\exp\left(-\frac{b}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{b-a}{L_p}\right)} = \cancel{-p_n'(a)\exp\left(-\frac{b}{L_p}\right)} + p_n'(a)\exp\left(\frac{b}{L_p}\right) - p_n'(b)\exp\left(-\frac{a}{L_p}\right) \ldots$$

$$= \frac{p_n'(a)\exp\left(\frac{b}{L_p}\right) - p_n'(b)\exp\left(-\frac{a}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{b-a}{L_p}\right)}$$

$$p_n'(x) = \frac{1}{2\sinh\left(\frac{b-a}{L_p}\right)}\left[p_n'(a)\exp\left(\frac{b-x}{L_p}\right) - p_n'(b)\exp\left(-\frac{a+x}{L_p}\right) + p_n'(b)\exp\left(\frac{-a+x}{L_p}\right) - p_n'(a)\exp\left(\frac{-b+x}{L_p}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2\sinh\left(\frac{b-a}{L_p}\right)}\left[2p_n'(a)\sinh\left(\frac{b-x}{L_p}\right) + 2p_n'(b)\sinh\left(\frac{-a+x}{L_p}\right)\right]$$

4) Calcolare la concentrazione di maggioritari in un campione di silicio, drogato "n".

È più problematico, dal momento che "salta" l'ipotesi di quasi-neutralità: dal momento che si hanno molti maggioritari, anche campi minimi causano correnti di drift. Il modello non sarà dunque di sola diffusione.

Data al solito la stazionarietà:

$$\phi = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{n_n'}{\tau_n} \quad \text{dove però ora: } J_n = qD_n\frac{\partial n}{\partial x} + qn\mu_n\mathcal{E}$$

$$\hookrightarrow D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n\frac{\partial(n\mathcal{E})}{\partial x} - \frac{n_n'}{\tau_n} = \phi$$

Si ha dipendenza da $\mathcal{E}$ e da n. n è ciò che cerchiamo, $\mathcal{E}$ è da esprimere in qualche maniera.

"Passiamo" da $\rho(x)$:

$$\rho(x) = q\left[-n_n(x) + \underbrace{\cancel{p_n(x)}}_{\text{trascurabile}} + N_D\right].$$

Ricordo a questo punto che:

$$\hookrightarrow n_n' = n_n - n_{n0}$$

MA dico che $\underline{n_{n0} \approx N_D}$

$$\hookrightarrow \rho(x) = q\left[-n_n'(x) - \cancel{N_D} + \cancel{N_D}\right] \approx \underline{-q\,n_n'(x)}$$

Ora: per il drift, $n \approx N_D$: l'eccesso è basso (basso livello di iniezione), dunque:

$$\mu_n\frac{\partial(n\mathcal{E})}{\partial x} \approx \mu_n N_D\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial x}$$

Ma, dalla legge di Gauss:

$$\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon}$$ Da qua l'equazione differenziale diventa:

$$\longrightarrow -q\mu_n N_D\frac{n_n'(x)}{\varepsilon_s} + D_n\frac{\partial^2 n_n'(x)}{\partial x^2} - \frac{n_n'}{\varepsilon_s} = \phi \longrightarrow \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = n_n'\left[\frac{q\mu_n N_D}{D_n\varepsilon_s} + \frac{1}{\tau_n D_n}\right]$$

Volendo metter dei numeri, si potrebbe vedere che: (C4)

$$\frac{1}{\tau_n D_n} \ll \frac{q \mu_n N_D}{D_n \varepsilon_s}$$

Questo perché il contributo del drift è molto più influente. Vien fuori:

$$\frac{\partial^2 n_n'}{\partial x^2} \approx n_n' \frac{q N_D}{V_T \varepsilon_s} \longrightarrow \lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{q N_D}{V_T \varepsilon_s}} \triangleq L_D$$ [Lunghezza di Debye]

5) Si consideri un eccesso di minoritari su di un semiconduttore drogato "n" lungo, con ai propri capi una tensione V_a, e semiconduttore NEUTRO in seguito all'applicazione della tensione, e di voler calcolare il regime stazionario. Come procedere? Beh, semplicemente: la neutralità permette di determinare $\mathcal{E}$ come:

$\mathcal{E} = -\frac{V_a}{L}$ L lunghezza del silicio.

Dal modello matematico:

$$J_P = q p \mu_P \mathcal{E} - q D_P \frac{\partial p}{\partial x} = -q p \mu_P \frac{V_a}{L} - q D_P \frac{\partial p}{\partial x}, \quad D_P = \mu_P V_T,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_P}{\partial x} - U_P = \mu_P \frac{V_a}{L}\frac{\partial p'}{\partial x} + D_P \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} - \frac{p'}{\tau_P} = \phi \text{ (stazionarietà)}$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{V_A}{L V_T}\frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{p'}{L_P^2} = \phi \Longrightarrow \lambda^2 + \frac{V_A}{L V_T}\lambda - \frac{1}{L_P^2} = \phi$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{V_A}{L V_T}\right)^2 + \frac{4}{L_P^2} = \Delta, \quad \boxed{-\frac{V_A}{2 L V_T} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{V_A^2}{L^2 V_T^2} + \frac{4}{L_P^2}}}$$

6) Determinare, dato semiconduttore lungo drogato "n", $p_n'(t)$, noto $p_n'(x,t)$ per $t=\phi$.

Si consideri il semiconduttore illuminato uniformemente.

Dal modello matematico:

$$\frac{\partial p_n'(t)}{\partial t} = \cancel{-\frac{1}{q}\frac{\partial J_P}{\partial x}} - \frac{p_n'}{\tau_P}$$

$\frac{\partial J_P}{\partial x} = \phi$: data l'uniformità, i gradienti di carica son nulli; ricordando che in questo caso non c'è drift, possiamo cancellare questo termine.

$$\hookrightarrow \frac{\partial p_n'(t)}{\partial t} = -\frac{p_n'(t)}{\tau_P}; \longrightarrow p_n'(t) = p_n'(\phi) \exp\left(-\frac{t}{\tau_P}\right)$$

7) Determinare, dato semiconduttore lungo drogato "n" data la uniformità nell'illuminazione (basso regime di iniezione), $n_n'(t)$.

Dal modello matematico:

$J_n \approx q\mu_n n \mathcal{E}$ $\left[\frac{\partial n}{\partial x} \text{ è zero per l'ipotesi di uniformità d'illuminazione}\right]$;

$$\hookrightarrow \rho(x) = q\left[\underbrace{\cancel{p_n(x)}}_{\approx \phi} - \underbrace{n_n(x)}_{n_n'(x) = n_n - N_D} + N_D - \phi\right] \longrightarrow \rho(x) \approx q\left[-(n_n' + N_D) + N_D\right] \cong -q\, n_n'(x,t)$$

Dunque: suppongo che $n \approx N_D$ (basso livello di iniezione), dunque

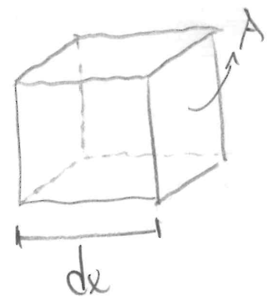
$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{n'}{\tau_n} \cong -\mu_n N_D \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \frac{n'}{\tau_n} = +\mu_n N_D q \frac{n_n'}{\varepsilon_s} - \frac{n'}{\tau_n} =$$

$$= n_n'\left[\frac{\mu_n N_D q}{\varepsilon_s} - \underbrace{\cancel{\frac{1}{\tau_n}}}_{\approx \phi}\right] \approx n_n' \frac{\mu_n N_D q}{\varepsilon_s}$$

$$\hookrightarrow n_n'(t) = n_n'(\phi) \exp\left(-\frac{\varepsilon_s}{\mu_n N_D q} t\right)$$

Definisco il "tempo di rilassamento dielettrico" τ_D come:

$$\tau_D \triangleq \frac{\mu_n N_D q}{\varepsilon_s}$$



significato fisico: si consideri un cubetto infinitesimo lungo dx e spesso "a", la sua resistenza sarà:

$$dR = \rho\frac{l}{A} = \frac{1}{\sigma}\frac{dx}{A} = \frac{1}{qn\mu_n}\frac{dx}{A} = \boxed{\frac{1}{qN_D\mu_n}\frac{dx}{A}};$$

La sua capacità:

$$C = \frac{\varepsilon_s}{dx}A;$$

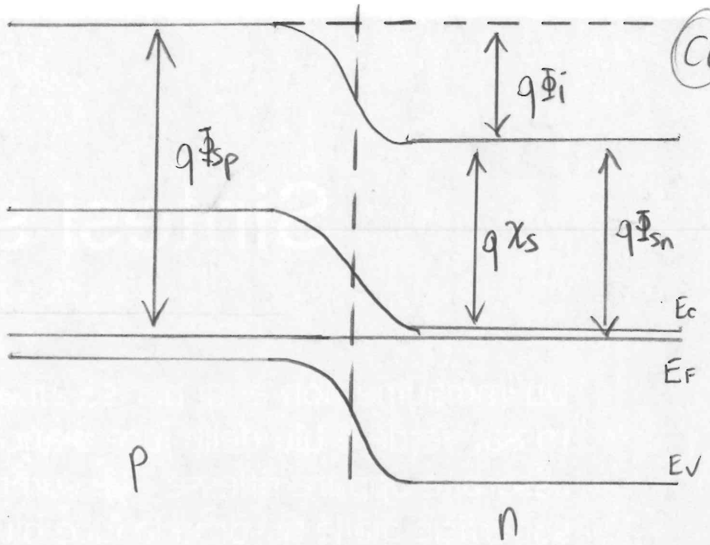
$$RC = \frac{\varepsilon_s}{\cancel{dx}}\cancel{A}\frac{1}{qN_D\mu_n}\frac{\cancel{dx}}{\cancel{A}} = \frac{\varepsilon_s}{qN_D\mu_n} = \boxed{\tau_D}$$

È una sorta di "costante di tempo" per il materiale.

Giunzione p-n

Dati $N_D = 5 \cdot 10^{16}$, $N_A = 10^{16}$,

a) Disegnare e quotare il d. a bande



Ricordo che le equazioni di Shockley dicono che:

$$n \approx n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fin}}{k_B T}\right); \quad n_i = 1{,}45 \cdot 10^{10};$$

$$p \approx n_i \exp\left(\frac{E_{Fip} - E_F}{k_B T}\right); \quad E_g = 1{,}12 \text{ eV};$$

$$N_A N_D = n_i^2 \exp\left(\frac{E_{Fip} - E_{Fin}}{k_B T}\right) = n_i^2 \exp\left(\frac{q\Phi_i}{k_B T}\right) \longrightarrow \boxed{q\Phi_i = k_B T \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)}$$

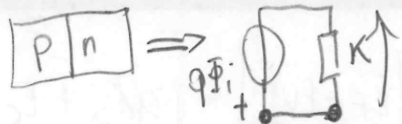
Questa è l'idea migliore; alternativa, meno usata, è:

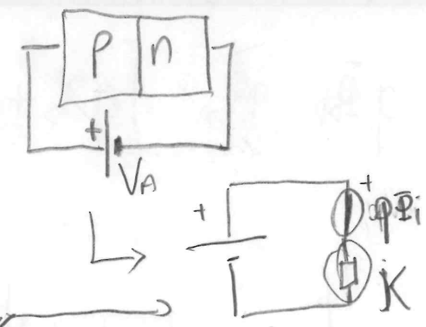
$$N_D \approx N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_B T}\right); \quad N_A \approx N_V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_B T}\right);$$

$$\hookrightarrow q\Phi_{sp} - q\Phi_{sn} = \left[\cancel{q\chi_s} + E_g - (E_F - E_V)\right] - \left[\cancel{q\chi_s} + (E_C - E_F)\right] = E_g + k_B T \ln\left(\frac{N_D N_A}{N_C N_V}\right).$$

Usando la "migliore":

$q\Phi_i = 0{,}741$ eV;





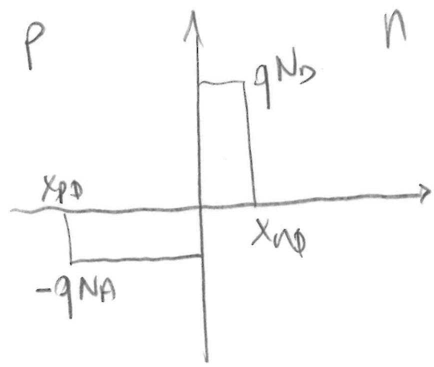
Ora: immaginiamo di collegare una V_A alla giunzione: come agisce? Beh, dato "K" la giunzione, $q\Phi_i$ è una tensione che oppone il passaggio di carica.

Si ha che dunque, applicata V_a in quella maniera, il circuito diventa così, e sulla giunzione si ha una barriera di energia:

$$\boxed{V_K = q(\Phi_i - V_a)}$$

Studio elettrostatico

Le incognite del problema sono: x_{no}; Φ_i (già ricavato); x_{po}.



Come da figura, si ipotizza completo svuotamento.

Il lato "n" è più drogato, dunque il "rettangolo" più alto e stretto.

Uno dei 3 obiettivi è già stato "risolto" mediante la semplice analisi del diagramma a bande; imponiamo ora la neutralità globale dei due lati:

$$-\int_{-x_p}^{\phi} \rho(x)\,dx = \int_0^{x_n} \rho(x)\,dx \Longrightarrow$$ data l'ipotesi di completo svuotamento, gli integrali si riducono a:

$\hookrightarrow \cancel{q} N_A x_{p\phi} = \cancel{q} N_D x_{n\phi}$

Bene fin qui; ora, ricordiamo, dal modello matematico, che:

$$\boxed{\frac{\rho(x)}{\varepsilon} = -\Delta\varphi} \Longrightarrow$$ scalarizziamo, e otteniamo:

$$\frac{\rho(x)}{\varepsilon} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \longrightarrow \boxed{\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(\phi) + \int_0^x \frac{\rho(x)}{\varepsilon_s}\,dx}$$

dato ϕ un punto di riferimento.

Dall'andamento della carica prima ipotizzato:

$$\rho(x) = \begin{cases} 0, & x < x_{p\phi} \vee x > x_{n\phi}; \\ -qN_A, & x_{p\phi} < x < \phi; \\ qN_D, & 0 < x < x_{n\phi}; \end{cases}$$

$$\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(x_{p\phi}) + \int_{x_{p\phi}}^{x} \left[-\frac{qN_A}{\varepsilon_s}\right] dx =$$

$$= \phi + \frac{qN_A}{\varepsilon_s}\left[x_{p0} - x\right], \quad x_{p0} < x < \phi;$$

$$\mathcal{E}(\phi) = \mathcal{E}(0^-) = \mathcal{E}(0^+) = \frac{qN_A}{\varepsilon_s} x_{p\phi};$$

per $x > \phi$,

$$\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(\phi) + \int_0^x \frac{qN_D}{\varepsilon_s}\,dx = \frac{qN_A}{\varepsilon_s} x_{p\phi} + \frac{qN_D}{\varepsilon_s} x;$$

$$\hookrightarrow \mathcal{E}(x_{n\phi}) = \frac{q}{\varepsilon_s}\left[N_A x_{p\phi} + N_D x_{n\phi}\right];$$

Da qui, possiamo calcolare il potenziale; considero $\varphi(x_{p\phi})$ come riferimento, dunque:

$$\varphi(x) = \varphi(x_{p\phi}) - \int_{x_{p\phi}}^{\phi} \mathcal{E}(x)\,dx = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{scelto da me}}}{\phi} - \int_{x_{p\phi}}^{\phi} \frac{qN_A}{\varepsilon_s}\left[x_{p\phi} - x\right] dx = \frac{qN_A}{2\varepsilon_s}\left[x - x_{p\phi}\right]^2;$$

$$\varphi(\phi) = +\frac{qN_A}{2\varepsilon_s} x_{p\phi}^2;$$

$x>0$:

$$\varphi(x)=\varphi(0)-\int_0^{x_{n0}}\frac{q}{\varepsilon_s}\left[N_D x+N_A x_{p0}\right]dx=\varphi(0)-\int\frac{qN_D}{\varepsilon_s}\left[x+\frac{N_A}{N_D}x_{p0}\right]dx=$$

$$=\varphi(0)-\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left[x+\frac{N_A}{N_D}x_{p0}\right]^2\Big|_0^x=+\frac{qN_A}{2\varepsilon_s}x_{p0}^2-\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left[x+\frac{N_A}{N_D}x_{p0}\right]^2+\frac{qN_A^2}{2\varepsilon_s N_D}x_{p0}^2=$$

↓ si cancella con il doppio prodotto.

$$=\boxed{-\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}x^2-\frac{qN_A}{\varepsilon_s}x\,x_{p0}+\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}x_{p0}^2}$$

$$\Phi_i=-\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}x_{n0}^2-\frac{qN_A}{\varepsilon_s}x_{n0}x_{p0}+\frac{qN_A}{2\varepsilon_s}x_{p0}^2$$

Da qui, applicando la neutralità, sostituisco dentro x_{p0}:

$$x_{p0}=-x_{n0}\frac{N_D}{N_A}$$

$$\hookrightarrow \Phi_i=-\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}x_{n0}^2+\frac{q\cancel{N_A}}{\varepsilon_s}\frac{N_D}{\cancel{N_A}}x_{n0}^2+\frac{q\cancel{N_A}}{2\varepsilon_s}\frac{N_D^2}{N_A^{\cancel{2}}}x_{n0}^2=$$

$$=x_{n0}^2\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}+\frac{qN_D^2}{2\varepsilon_s N_A}x_{n0}^2=x_{n0}^2\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left[1+\frac{N_D}{N_A}\right]=x_{n0}^2\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left[\frac{N_A+N_D}{N_A}\right]=\Phi_i$$

$$x_{n0}=\sqrt{\frac{2\varepsilon_s\Phi_i N_A}{qN_D(N_A+N_D)}}\ ;\quad x_{p0}=-x_{n0}\frac{N_D}{N_A}=-\sqrt{\frac{2\varepsilon_s\Phi_i N_D}{qN_A(N_A+N_D)}}\ ;$$

Dunque: $x_{n0}=55$ nm ; $x_{p0}=$ [ricorda di dividere per 100; sono CENTIMETRI alla fine della fiera!]

Applicazione tensione: leggi della giunzione

Mediante i quasi-livelli di Fermi, postuliamo le eq. di Shockley fuori equilibrio:

$$n_p(x)=n_i\exp\left(-\frac{E_{Fi}(x)-E_{Fn}}{k_BT}\right);\quad p_n(x)=n_i\exp\left(-\frac{E_{Fp}-E_{Fi}(x)}{k_BT}\right)$$ [questo, in prossimità della giunzione]

Ricordiamo che, all'equilibrio:

$$n_{p0}=n_i\exp\left(-\frac{E_{Fi}(x)-E_F}{k_BT}\right);\quad p_{n0}=n_i\exp\left(-\frac{E_F-E_{Fi}(x)}{k_BT}\right)$$

Per il lato "p": C9

$$n_i = n_{p0} \exp\left(\frac{E_{Fi}(x) - E_F}{K_B T}\right) \longrightarrow n_p(x) = n_{p0} \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{K_B T}\right)$$

[essendo basso il regime di iniezione, $E_F \equiv E_{Fp}$]

dualmente, si può ricavare:

$$p_n(x) = p_{n0} \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{K_B T}\right)$$

NOTA: $E_{Fn} - E_{Fp} = qV_a$

$$\hookrightarrow n_p(-x_p) = n_{p0} \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right); \quad p_n(x_n) = p_{n0} \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) = \frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right)$$

Corrente nella giunzione

Si sa che:

$J = J_{ndrift} + J_{ndiff} + J_{pdrift} + J_{pdiff}$;

per $x < x_p$, $J_n \approx J_{ndiff}$;

per $x > x_n$, $J_p \approx J_{pdiff}$;

Si consideri la seguente ipotesi: nelle regioni di carica spaziale, meccanismi di gen/ric sono da considerarsi trascurabili. Dunque:

$J_n(x_n) = J_n(-x_p) \approx J_{ndiff}(-x_p)$; $\quad J_p(x_p) = J_p(x_n) = J_{pdiff}(x_p)$

Questo ci dice che: se la corrente è costante sezione per sezione,

$$J = J_n + J_p = J_{ndiff}(x_p) + J_{pdiff}(x_n)$$

Ossia il pn si può studiare mediante <u>la sola diffusione</u>.

Dai calcoli precedentemente fatti, si sa che:

$$n_p'(x) = n_{p0} \exp\left(\frac{x - x_p}{L_n}\right); \quad p_n'(x) = p_{n0} \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right);$$

$$J = qD_n \frac{\partial n_p'}{\partial x} - qD_p \frac{\partial p_n'}{\partial x}; \quad J = qD_n n_{p0} \cdot \frac{1}{L_n} \exp\left(\frac{x - x_p}{L_n}\right)\left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1\right] + \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right)\left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1\right]$$

$$\hookrightarrow J_{tot} = \underbrace{\left(\frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n}\right)}_{\text{Corrente inversa di saturazione}}\left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1\right] \longrightarrow I_{0diff} = qAn_i^2\left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A}\right)$$

Nota: misura approssimativa di V_γ.

Si sa che:

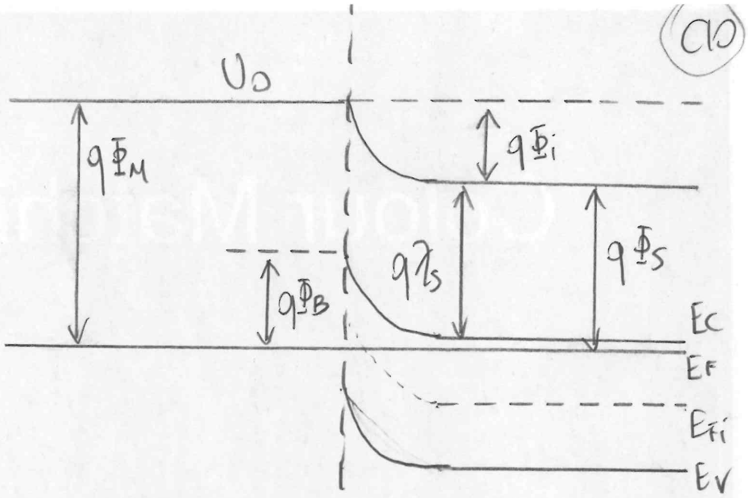
$$I_{ON} = I_{0diff}\left[\exp\left(\frac{V_\gamma}{V_t}\right) - \underbrace{1}_{\text{Trascuro}}\right] \Longrightarrow V_\gamma = V_T \ln\left(\frac{I_{ON}}{I_{0diff}}\right);$$

Scelgo un valore di corrente, il minimo leggibile da un ipotetico amperometro, e lo uso.

es.: $I_{ON} = 100\ \mu A$;

Giunzione metallo-semiconduttore

Si consideri una struttura Au+Si, drogato $N_D = 3\times10^{16}$, $q\Phi_M \approx 5\,eV$. Ricordo che $q\chi_s = 4{,}05\,eV$, e che $E_g = 1{,}12\,eV$; essendo drogato n, di sicuro il punto a potenziale più alto è il metallo.



Due "barriere": il potenziale di built-in, e la Φ_B, ossia la barriera che impedisce agli elettroni di saltare da E_F al semiconduttore.

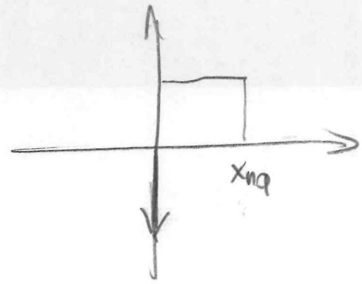
Si può capire una cosa: $q\Phi_i$ sarà legata alla regione di svuotamento, ossia alla mera elettrostatica del problema; Φ_B è, come vedremo, molto più interessante.

Vediamo che:

$$q\Phi_i = q\Phi_M - q\Phi_S = q\Phi_M - \left[q\chi_s + \frac{E_g}{2} - (E_F - E_{Fi})\right] = q\Phi_M - q\chi_s - \frac{E_g}{2} - k_BT\ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right).$$

$q\Phi_B = q\Phi_M - q\chi_s$ (costante, poiché dipende solo dai due materiali).

Partiamo con l'analisi elettrostatica: abbiamo già quantificato Φ_i; possiamo passare a Poisson:



$$\mathcal{E}(x) = \int \frac{\rho(x)}{\varepsilon}\,dx \;; \Longrightarrow \rho(x) = qN_D,\; \phi < x < x_{n\phi}\;;$$

$$\hookrightarrow \mathcal{E}(x) = \int_0^{x_{n\phi}} \frac{\rho(x)}{\varepsilon_s}\,dx + C = \frac{qN_D}{\varepsilon_s}x\Big|_\phi^{x_{n\phi}} + C = \frac{qN_D}{\varepsilon_s}x + C$$

dove "c" si determina imponendo:

$$\mathcal{E}(x_{n\phi}) = \phi \Longrightarrow C + \frac{qN_D}{\varepsilon_s}x_{n\phi} = 0 \Longrightarrow C = -\frac{qN_D}{\varepsilon_s}x_{n\phi}$$

$$\hookrightarrow \mathcal{E}(x) = \frac{qN_D}{\varepsilon_s}\left[x - x_{n\phi}\right].$$

Dunque:

$$\varphi(x) = -\int\mathcal{E}(x)\,dx + C \Longrightarrow -\int\frac{qN_D}{\varepsilon_s}\left[x - x_{n\phi}\right]dx + C = -\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left[x - x_{n\phi}\right]^2 + C\;;$$

Impongo, come riferimento per il potenziale, $x = \phi$

$$\hookrightarrow -\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left[0 - x_{n\phi}\right]^2 + C = \phi \Longrightarrow \varphi(x) = -\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left[x - x_{n\phi}\right]^2 + \frac{qN_D}{2\varepsilon_s}x_{n\phi}^2$$

Dunque: $\varphi(x_{n\phi}) = \dfrac{qN_D}{2\varepsilon_s}x_{n\phi}^2 = V_{bi} \longrightarrow x_{n\phi} = \sqrt{\dfrac{2\varepsilon_s}{qN_D}V_{bi}}$

Alcune note sulla corrente nella giunzione Schottky. (C11)

Sappiamo che:

$$J \equiv J_n = q\left(n\mu_n \mathcal{E} + D_n \frac{\partial n}{\partial x}\right) = q D_n \left(\frac{n}{k_BT}\frac{dE_c}{dx} + \frac{\partial n}{\partial x}\right) \Rightarrow \text{integro!}$$

Per integrare uso il seguente artificio: moltiplico ambo i membri per $\exp\left(\frac{E_c(x)}{k_BT}\right)$, in modo che l'integrale diventi:

$$\int_0^{W_D} J_n \exp\left(\frac{E_c(x)}{k_BT}\right) dx = \int_0^{W_D} \underbrace{q D_n \left[\frac{n}{k_BT}\frac{dE_c}{dx} + \frac{dn}{dx}\right]\exp\left(\frac{E_c(x)}{k_BT}\right)}_{\text{derivata della funzione } n(x)\exp\left(\frac{E_c(x)}{k_BT}\right) \text{ !!}} dx$$

$$\hookrightarrow J_n \int_0^{W_D} \exp\left(\frac{E_c(x)}{dx}\right) dx = q D_n \left[n(x)\exp\left(\frac{E_c(x)}{k_BT}\right)\right]\Bigg|_0^{W_D}$$

Ora: si consideri, come riferimento per i livelli energetici, E_F; si ha che:

$q\Phi_B = E_c(0) - E_F$; ponendo $E_F = 0$ in qualità di riferimento di potenziale,

$\hookrightarrow q\Phi_B = E_c(0)$;

$$n(0) = N_c \exp\left(-\frac{E_c(0) - E_{Fm}(0)}{k_BT}\right) = N_c \exp\left(-\frac{q\Phi_B}{k_BT}\right);$$

$$n(W_D) = N_D = N_c \exp\left(-\frac{E_c(W_D) - E_F(W_D)}{k_BT}\right) = N_c \exp\left(-\frac{q\phi_n}{k_BT}\right); \quad E_c(W_D) = q[\phi_n + V]$$

$q\phi_n \to E_c(W_D) - E_F(W_D)$; $q[\phi_n + V] \to$ rispetto a E_{Fm}!

$$J_n = +\frac{q D_n \left[N_c \exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) - 1\right]}{\int_0^{W_D} \exp\left(\frac{E_c(x)}{k_BT}\right) dx} =$$

$$= q D_n N_c \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) - 1\right] \cdot \left\{\left[k_BT \exp\left(\frac{E_c(x)}{k_BT}\right)\right]_0^{W_D}\right\}^{-1} = \frac{q D_n N_c}{k_BT}\left[\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) - 1\right].$$

Sostituendo e integrando si trova tutto!!! Vedi eq. $\boxed{3.6}$

Realizzazione di contatti ohmici con la giunzione MS. (CK)

Nota: qua si fa solo la teoria di Schottky; NO contatti tunnel (di fatto i più usati).

Secondo la teoria di Schottky, una giunzione metallo-semiconduttore è un contatto ohmico quando NON VI È BARRIERA.

La barriera che ci spaventa è quella di built-in, dal momento che essa regola i flussi di portatori, durante il transitorio, da una parte all'altra della giunzione.

Cosa succede in pratica? Se vi è una barriera di built-in tale da bloccare i maggioritari del semiconduttore verso il metallo (elettroni con semicond. "n", lacune con semiconduttore "p"), all'equilibrio termodinamico, significa che, per un certo insieme di tensioni, si avrà conduzione quasi nulla (a meno delle infime correnti inverse); se si evita che accada ciò, ossia se si evita che vi siano regioni di svuotamento, si ha un contatto ohmico. Ciò si ha se:

$$\begin{cases} \text{semic. } n: & q\Phi_M < q\Phi_{Sn} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \text{semic. } p: & q\Phi_M > q\Phi_{Sp} \end{cases}$$

Ora: $q\Phi_M$ è dato (è una caratteristica di ciascun metallo);

$q\Phi_S$ va calcolata. Usando le Shockley:

$$q\Phi_{Sn} = q\chi_s + \frac{E_g}{2} - (E_F - E_{Fi}) = q\chi_s + \frac{E_g}{2} - k_B T \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) ;$$

$$q\Phi_{Sp} = q\chi_s + \frac{E_g}{2} + (E_{Fi} - E_F) = q\chi_s + \frac{E_g}{2} + k_B T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

Nota: abbiamo una discreta sicurezza su questa teoria perché, se si polarizza "molto inversamente", si entra in un regime di iniezione maggiore, e le cadute ohmiche su metallo e semiconduttore fan "piegare" il diagramma a bande.

Discutiamo un po' cosa capita (si supponga che tutto abbia comportamento ohmico) (C13)

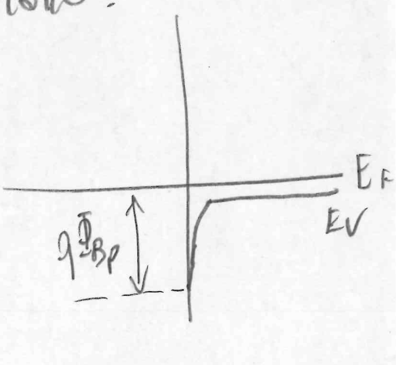
- Caso semiconduttore n (giunzione Al – Si_n, drogato $N_D = 10^{17}$)

↳ Come ci si aspetta, non si ha svuotamento, ma accumulo di elettroni nel semiconduttore. Se il "+" di V_a è sul metallo, con $V_a > 0$, si abbassa E_F metallo, dunque si manda una corrente, come flusso di elettroni, da destra a sinistra: si ricordi che una tensione positiva "spinge giù" il diagramma a bande nel punto in cui si applica. Se $V_a < 0$, si ha un flusso dal metallo al semiconduttore (poiché "spingiamo giù il semiconduttore"; si ricordi che, a causa degli effetti ohmici di metallo e semiconduttore, il diagramma a bande sarà obliquo); la corrente andrà ora da sinistra a destra. Si noti che questa è limitata da $q\Phi_B$, sotto la quale non si può andare; l'effetto termoionico satura.

- Caso semiconduttore p (giunzione Au – Si_p, drogato $N_A = 10^{16}$)

↳ In questo caso si può vedere la conduzione sotto il punto di vista delle lacune: si immagini di avere un accumulo di lacune sul semiconduttore "p". Se $V_a > 0$, aumenta il flusso di lacune dal semiconduttore al metallo (Ghione p. 369) aumenta; se $V_a < 0$, si "spinge in basso" il diagramma a bande del metallo, cosa che sembra implicare un flusso di lacune dal metallo al semiconduttore. Di fatto ciò accade, considerando che questa curvatura in basso del metallo è uno "scivolo" per gli elettroni in banda di valenza del semiconduttore (e così la "fisica" è spiegata). Anche in questo caso si ha un effetto di saturazione: le "lacune del metallo" devono saltare da E_F a E_V; di fatto, incurvandosi, E_V forma una barriera "duale" alla $q\Phi_B$, che comporta un effetto di saturazione di questo flusso di "lacune dal metallo".

In pratica, drogando molto, si cerca di ottenere l'"effetto tunnel".



Eterostrutture

Facciamo due conti noiosi: per il GaAs (contro Si):

$E_g = 1{,}42\,eV$ ($1{,}12\,eV$); $q\chi = 4{,}07\,eV$ ($4{,}05\,eV$); $\epsilon_r = 13{,}1$ ($11{,}7$);

$N_C = 4{,}7\,E17$ ($2{,}8\,E19$); $N_V = 7\,E18$ ($1{,}04\,E19$); $n_i = 9\,E16$ ($1{,}45\,E10$).

Ora, usando la legge di Vegard, si può vedere che: data una generica proprietà P, data una struttura $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$:

$$P = P^{(1)}x + P^{(2)}(1-x) = P^{(2)} - x\left(P^{(1)} - P^{(2)}\right)$$

$\hookrightarrow E_g = 2{,}3x + (1-x)1{,}4 = 1{,}67\,eV$;

$q\chi = 4{,}07 - 1{,}06x = 3{,}75\,eV$;

$\epsilon_r = 12{,}9 - 2{,}84x = 12{,}05$;

$$N_C = 2\left(\frac{2k_B T\pi m_n^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{dove} \quad \frac{m_n^*}{m_0} = 0{,}067 + 0{,}083x = 0{,}0919;$$

$\hookrightarrow k_B = 1{,}38\,E{-23}\ J/K$; $h = 6{,}62\,E{-34}\ J/s$; $T = 300\,K$; $m_0 = 9{,}1\,E{-31}\ kg$

$\hookrightarrow N_C = 6{,}99\,E17$ (ricorda di dividere per 10^6!)

Per N_V,

$$\frac{m_{hh}^*}{m_0} = 0{,}62 + 0{,}14x; \quad \frac{m_{hl}^*}{m_0} = 0{,}067 + 0{,}063x; \quad \frac{m_p^*}{m_0} = \left[\left(\frac{m_{hh}^*}{m_0}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{m_{hl}^*}{m_0}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^{\frac{2}{3}}.$$

$\hookrightarrow N_V = 1{,}43\,E19$.

Altre osservazioni!

(e penso ce ne vogliono!)

Si consideri la seguente struttura:

$N_{A1} = 1E16$

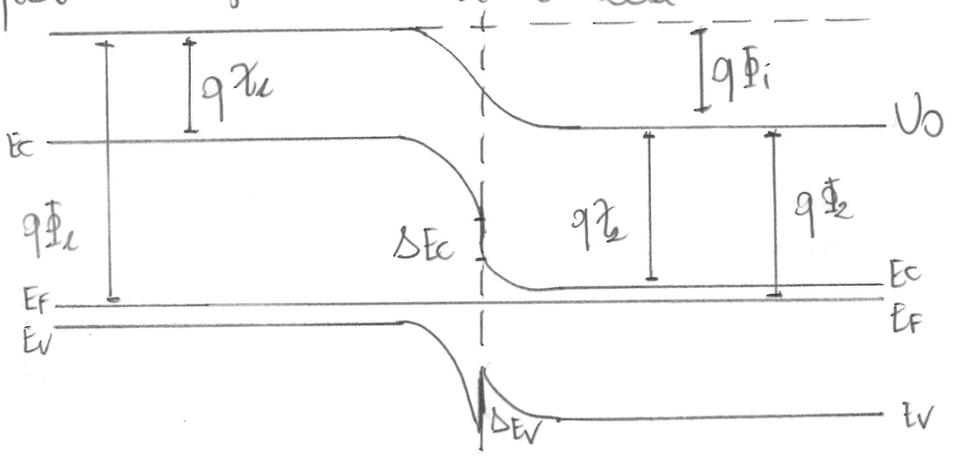
$N_{D2} = 5E16$

1	2
AlGaAs	GaAs

$E_{g1} = 1{,}67\,eV$; $q\chi_1 = 3{,}75\,eV$; $N_{c1} = 6{,}99E17$; $N_{v1} = 1{,}43E19$;

$E_{g2} = 1{,}41\,eV$; $q\chi_2 = 4{,}07\,eV$; $N_{c2} = 4{,}7E17$; $N_{v2} = 7E18$;

Si disegni e quoti il diagramma a bande della struttura



Questo diagramma a bande è stato tracciato usando pedestremente la affinity rule.

Vediamo che; riferendo tutto al potenziale del vuoto V_0:

$$\Delta E_C = (E_{c2} - V_0) - (E_{c1} - V_0) = -q\chi_2 - q\chi_1 = -q\Delta\chi;$$

$$\Delta E_V = (E_{c2} - E_{V2}) - (E_{c1} - E_{V1}) = -q\Delta\chi - \Delta E_g.$$

Si calcoli ora il potenziale di built-in, $q\Phi_i$:

$$q\Phi_i = q\Phi_1 - q\Phi_2 = [q\chi_1 + E_g - (E_F - E_V)] - [q\chi_2 + (E_c - E_F)]$$

Dalle equazioni delle concentrazioni (formulario) si ricava:

$$-(E_F - E_V) = K_BT\ln\left(\frac{N_A}{N_V}\right); \quad E_c - E_F = -K_BT\ln\left(\frac{N_D}{N_c}\right);$$

$$\hookrightarrow q\Phi_i = -q\Delta\chi + E_{g1} + K_BT\ln\left(\frac{N_{A1}N_{D2}}{N_{V1}N_{c2}}\right) = 1{,}103\,eV.$$

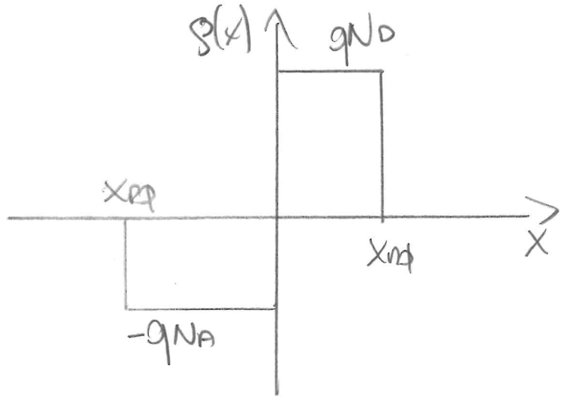
Questo è il potenziale di built-in; unendo poi ΔE_c e ΔE_V si possono studiare le barriere per elettroni/lacune! Esempio:

$$q\Phi_{p1\to2} = q\Phi_i + \Delta E_V; \quad q\Phi_{n2\to1} = q\Phi_i + \Delta E_c.$$

Nelle eterogiunzioni si possono (cosa come vedremo molto buona) differenziare i comportamenti dei portatori.

Calcolare ora le ampiezze delle regioni di svuotamento nella eterogiunzione.

Considoriamo la distribuzione della carica, ipotesi di completo svuotamento;



Fino a qua nulla di strano.

Integriamo, al fine di determinare il campo:

$$\hookrightarrow x \geq 0,\quad \mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(0^+) + \int_0^x \frac{qN_D}{\varepsilon_2}\,dx = \frac{qN_D}{\varepsilon_2}\,x\Big|_0^x + c$$

Calcolo "c", imponendo che $\mathcal{E}(x_{n0}) = 0$;

$$\hookrightarrow c = -\frac{qN_D}{\varepsilon_2}x_{n0} \Longrightarrow \mathcal{E}(0^+) = -\frac{qN_D}{\varepsilon_2}x_{n0}.$$

Per quanto riguarda $x<0$;

$$\mathcal{E}(x) = \int_{x_{p0}}^x \left[-\frac{qN_A}{\varepsilon_1}\right]dx = -\frac{qN_A}{\varepsilon_1}x\Big|_{x_{p0}}^x = -\frac{qN_A}{\varepsilon_1}x + \frac{qN_A}{\varepsilon_1}x_{p0} + c$$

$$c:\ \mathcal{E}(x_{p0}) = 0 \Longrightarrow c = 0\,!$$

$$\hookrightarrow \mathcal{E}(x) = \begin{cases} 0, & x < x_{p0} \vee x > x_{n0}; \\ \frac{qN_D}{\varepsilon_2}[x - x_{n0}], & 0 < x < x_{n0}; \\ -\frac{qN_A}{\varepsilon_1}[x - x_{p0}], & x_{p0} < x < 0; \end{cases} \qquad [x_{p0} < 0\,!]$$

Scelto x_{p0} come riferimento per il potenziale,

$$\varphi(x) = -\int_{x_{p0}}^x \left[-\frac{qN_A}{\varepsilon_1}[x - x_{p0}]\right]dx = \frac{qN_A}{2\varepsilon_1}[x - x_{p0}]^2 + 0;\quad x_{p0} < x < 0;$$

$$\varphi(0^-) = \varphi(0^+) = \frac{qN_A}{2\varepsilon_1}x_{p0}^2$$

$$\varphi(x) = -\int_0^x \frac{qN_D}{\varepsilon_2}[x - x_{n0}]\,dx = -\frac{qN_D}{2\varepsilon_2}[x - x_{n0}]^2\Big|_0^x = -\frac{qN_D}{2\varepsilon_2}[x - x_{n0}]^2 + \frac{qN_D}{2\varepsilon_2}x_{n0}^2 + \frac{qN_A}{2\varepsilon_1}x_{p0}^2$$

$$\Phi_i = \varphi(x_{n0}) = \frac{qN_A}{2\varepsilon_1}x_{p0}^2 + \frac{qN_D}{2\varepsilon_2}x_{n0}^2$$

Al solito, vale la condizione di globale neutralità:

$$\cancel{q}N_D x_{n0} = \cancel{q}N_A x_{p0} \rightarrow \boxed{x_{p0} = \frac{N_D}{N_A}x_{n0}}\,!$$

Riscrivendo l'equazione:

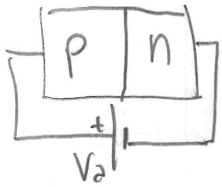
$\hookrightarrow \Phi_i = \frac{qN_{A1}}{2\varepsilon_1}\frac{N_{D2}^2}{N_{A1}^2} x_{n\phi}^2 + \frac{qN_{D2}}{2\varepsilon_2} x_{n0}^2$; si può riscrivere meglio come:

$$\hookrightarrow \Phi_i = \frac{qN_{D2}}{2}\left[\frac{\cancel{N_{A1}}N_{D2}}{\varepsilon_1 N_{A1}^{\cancel{2}}} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right] x_{n\phi}^2 \Rightarrow \text{inverto:}$$

$$x_{n\phi} = \sqrt{\frac{2\Phi_i}{qN_{D2}}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 N_{A1}}{N_{D2}\varepsilon_2+N_{A1}\varepsilon_1}} = \sqrt{\frac{2\Phi_i}{qN_{D2}^2}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 N_{A1}N_{D2}}{N_{D2}\varepsilon_2+N_{A1}\varepsilon_1}}$$

Calcolare un'espressione per la capacità di svuotamento del lato "n":

Ho trovato $x_{n\phi}(\Phi_i)$; se suppongo di usare una configurazione di questo tipo, ho che:



$$Q_{dep,n}(V_a) = \sqrt{\frac{2}{qN_{D2}^2}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2N_{A1}N_{D2}}{N_{A1}\varepsilon_1+N_{D2}\varepsilon_2}(\Phi_i - V_a)}\cdot(+qN_{D2})$$

Da qui:

$$C_{dep}(V_a) = \left|\frac{dQ}{dV_a}\right| = \frac{K}{2\sqrt{K(\Phi_i-V_a)}}(qN_{D2}) =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(N_{A1}\varepsilon_1+N_{D2}\varepsilon_2)\cdot 2}{\varepsilon_1\varepsilon_2N_{A1}N_{D2}(\Phi_i-V_a)q}}$$

Ricavare la legge della giunzione per un'eterostruttura.
Precedentemente, parlando della giunzione p-n, sono state ricavate le leggi della giunzione, a partire dalle equazioni di Shockley e da qualche ipotesi che ha collegato i livelli di Fermi (o quasi-livelli) alle tensioni applicate.
Si ricaverà ora, nel caso di una eterogiunzione, delle "leggi della giunzione generalizzate", che possano tener conto delle barriere di potenziale.

Si parta da: $n_p(-x_{p\phi})p_n(x_{n\phi})$; mediante la Maxwelliana:

$$n_p(-x_{p\phi})p_n(x_{n\phi}) = N_{c1}\exp\left(-\frac{E_c(-x_{p\phi})-E_F}{K_BT}\right)N_{V2}\exp\left(-\frac{E_F-E_V(x_{n\phi})}{K_BT}\right) = N_{c1}N_{V2}\exp\left(\frac{E_V(x_{n\phi})-E_c(-x_{p\phi})}{K_BT}\right);$$

Osservando il diagramma a bande (foglio C15), si può vedere che, dato U_{0sx} il livello del vuoto per il diagramma a bande del AlGaAs,

$$E_c(-x_{p\phi}) = U_{0sx} - q\chi_1; \quad E_V(x_{n\phi}) = U_{0sx} - [q\Phi_i + q\chi_2 + E_{g2}];$$

$$E_V(x_{n\phi}) - E_c(-x_{p\phi}) = -[q\Phi_i + \Delta E_c + E_{g2}];$$ ricordando che $E_{g1}+\Delta E_V = E_{g2}+\Delta E_c$, sostituisco E_{g2}:

$$\Longrightarrow E_V(x_{n\phi}) - E_c(-x_{p\phi}) = -[q\Phi_i + \Delta E_V + E_{g1}];$$

Da qui si può ragionare: consideriamo, ora, di stare sul lato sinistro:

$$n_{p0}(-x_{p0})\,p_{p0}(-x_{p0}) = n_{p0}(-x_{p0})N_{A1} = N_{c1}\exp\left(-\frac{E_c(-x_{p0})-E_F}{K_BT}\right)N_{V1}\exp\left(-\frac{E_F-E_V(-x_{p0})}{K_BT}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_{p\phi}(-x_{p\phi}) = \frac{N_{c1}N_{V1}}{N_{A1}}\exp\left(-\frac{E_{g1}}{K_BT}\right)$$

Sostituendo:

$$p_{n\phi}(x_{n\phi}) = \cancel{N_{c1}}N_{V2}\frac{N_{A1}}{\cancel{N_{c1}}N_{V1}}\exp\left(+\frac{E_{g1}}{K_BT}\right)\exp\left(\frac{E_V(x_{n\phi})-E_c(-x_{p\phi})}{K_BT}\right) = \frac{N_{V2}}{N_{V1}}N_{A1}\exp\left(-\frac{q\Phi_i+\Delta E_V}{K_BT}\right).$$

Considerando il fatto che gli eccessi sono $p_n' = p_n - p_{n\phi}$:

$$\hookrightarrow p_n'(x_{n\phi}) = \frac{N_{V2}}{N_{V1}}N_{A1}\exp\left(-\frac{q\Phi_i+\Delta E_V}{K_BT}\right)\left[\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right)-1\right].$$

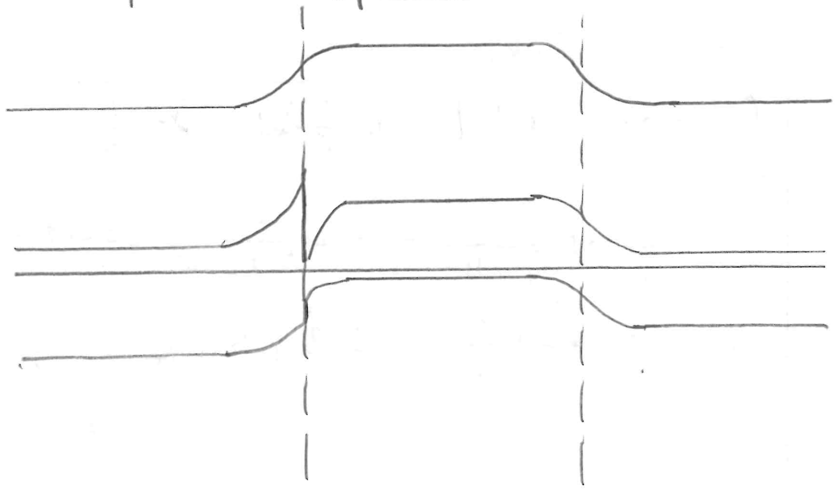
Si ricavi a questo punto l'equazione duale: quella esprimente una barriera dipendente da ΔE_c. Per far ciò, servono informazioni su E_{g2}, dunque, dualmente a prima, andremo a lavorare su $x_{n\phi}$. Dunque:

$$p_n(x_n)n_n(x_n) = p_n(x_n)N_{D2} = N_{V2}\exp\left(-\frac{E_F-E_V(x_n)}{K_BT}\right)N_{c2}\exp\left(-\frac{E_c(x_n)-E_F}{K_BT}\right);$$

$$\hookrightarrow p_n(x_n) = \frac{N_{V2}N_{c2}}{N_{D2}}\exp\left(-\frac{E_{g2}}{K_BT}\right);$$ sostituendo e tutto, $$n_p(x_{n\phi}) = \frac{N_{c1}}{N_{c2}}N_{D2}\exp\left(-\frac{q\Phi_i+\Delta E_c}{K_BT}\right).$$

Si consideri ora un SHBT npn:
lato E, $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$, $W_E = 0,5\,\mu m$, $N_{DE} = 5E16$;
lato B, GaAs, $W_B = 0,4\,\mu m$, $N_{AB} = 5E17$;
lato C, lungo, GaAs, $N_{DC} = 10^{17}$.
Determinare γ_F e β_F.
Si noti che NON vale la regola dell'affinità: $\Delta E_C = 0,6\,\Delta E_g$, $\Delta E_V = 0,4\,\Delta E_g$.
$V_{BE} = 0,9\,V$, $V_{BC} = -1\,V$. $\boxed{W_B' \text{ noto}}$

Il diagramma a bande, come si può osservare sperimentalmente, è:



Si ricordi, per il BJT (stesso discorso vale per un HBJ), che:

$$\gamma_F = \frac{I_{ndiff}(\phi)}{I_{ndiff}(\phi) + I_{pdiff}(-x_E)} = \left[1 + \frac{I_{pdiff}(-x_E)}{I_{ndiff}(\phi)}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{J_{pdiff}(\phi)}{J_{pdiff}(-x_E)}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c}\text{normalizzando}\\ \text{per}\\ \text{l'area}\end{array}\right]$$

Partiamo dall'emettitore:

$$J_{pdiff}(-x_E) \longrightarrow J_p \equiv J_{pdiff} = q D_n \frac{\partial p_n'(-x_E)}{\partial x}.$$

Ora ci tocca calcolare l'andamento dei portatori minoritari all'emettitore: $p_n'(x)$. Dall'equazione di continuità:

$$\frac{\partial p_n'}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{p_n'}{\tau_p}$$, dove, trascurando il drift di minoritari, ho: $J_p = -q D_p \frac{\partial p_n'}{\partial x} \Longrightarrow \frac{\partial^2 p_n'}{\partial x^2} = \frac{1}{L_p^2} p_n'$

$\hookrightarrow p_n'(x) = A\exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) + B\exp\left(\frac{x}{L_p}\right)$; applico le condizioni al contorno: $\begin{cases} \text{noto } p_n'(-x_E) \\ p_n'(-W_E) = \phi \text{ (metallizzazione)} \end{cases}$

$$p_n'(-W_E) = \phi \Longrightarrow A = -B\exp\left(-\frac{2W_E}{L_p}\right); \quad p_n'(-x_E) = -B\exp\left(\frac{+x_E - 2W_E}{L_p}\right) + B\exp\left(-\frac{x_E}{L_p}\right);$$

$$\hookrightarrow B = p_n'(-x_E)\frac{\exp\left(\frac{W_E}{L_p}\right)}{\exp\left(\frac{W_E - x_E}{L_p}\right) - \exp\left(-\frac{W_E - x_E}{L_p}\right)} = \frac{\exp\left(\frac{W_E}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{W_E - x_E}{L_p}\right)} p_n'(-x_E);$$

$$A = -p_n'(-x_E)\frac{\exp\left(-\frac{W_E}{L_p}\right)}{2\sinh\left(\frac{W_E - x_E}{L_p}\right)}; \quad p_n'(x) = \frac{-p_n'(x_E)}{2\sinh\left(\frac{W_E - x_E}{L_p}\right)}\left[\exp\left(-\frac{W_E + x}{L_p}\right) - \exp\left(\frac{W_E + x}{L_p}\right)\right] =$$

$$= p_n'(-x_E)\frac{\sinh\left(\frac{W_E + x}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{W_E - x_E}{L_p}\right)}; \quad x \simeq \phi,\ W_E - x_E \simeq \phi, \longrightarrow p_n' \frac{W_E + x}{W_E - x_E} = \frac{W_E + x}{W_E'} p_n'(x_E)$$

Dunque:

$$J_{p\,diff} = -qD_p \frac{\partial p_n'(x)}{\partial x} = \boxed{-qD_p\, p_n'(-x_E) \cdot \frac{1}{W_E'}} .$$

A questo punto, una seconda espressione va calcolata: i minoritari in base. Dunque, l'equazione differenziale ora sarà:

$$\frac{\partial n_p'}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{n_p'}{\tau_n} , \quad J_n \cong qD_n \frac{\partial n_p}{\partial x} \Longrightarrow \frac{\partial^2 n_p'(x)}{\partial x^2} = \frac{n_p'(x)}{L_n^2}$$

$\hookrightarrow n_p'(x) = A\exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) + B\exp\left(\frac{x}{L_n}\right)$; applico le condizioni ai bordi: $\begin{cases} \text{noto } n_p'(\phi); \\ \text{noto } n_p'(W_B') \end{cases}$

$\hookrightarrow n_p'(\phi) = A + B \longrightarrow A = n_p'(\phi) - B;$

$$n_p'(W_B') = \left(n_p'(\phi) - B\right)\exp\left(-\frac{W_B'}{L_n}\right) + B\exp\left(\frac{W_B'}{L_n}\right) \to B\left[2\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)\right] = n_p'(W_B) - + n_p'(\phi)\exp\left(-\frac{W_B'}{L_n}\right)$$

$$\hookrightarrow B = \frac{n_p'(W_B') - n_p'(\phi)\exp\left(-\frac{W_B'}{L_n}\right)}{2\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)};$$

$$A = n_p'(\phi) - B = \frac{1}{2\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)}\left[n_p'(\phi)\exp\left(\frac{W_B'}{L_n}\right) \cancel{- n_p'(\phi)\exp\left(-\frac{W_B'}{L_n}\right)} - n_p'(W_B) \cancel{+ n_p'(\phi)\exp\left(-\frac{W_B'}{L_n}\right)}\right]$$

$$= \frac{n_p'(\phi)\exp\left(\frac{W_B'}{L_n}\right) - n_p'(W_B')}{2\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)};$$

$$n_p'(x) = \frac{1}{2\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)}\left[n_p'(\phi)\exp\left(\frac{W_B'-x}{L_n}\right) - n_p'(W_B')\exp\left(\frac{-x}{L_n}\right) + n_p'(W_B)\exp\left(\frac{x}{L_n}\right) - n_p'(\phi)\exp\left(\frac{x-W_B'}{L_n}\right)\right] =$$

$$= n_p'(\phi)\frac{\sinh\left(\frac{W_B'-x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)} + n_p'(W_B')\frac{\sinh\left(\frac{x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)} .$$

$$J_n(\phi) = qD_n \left.\frac{\partial n_p'(x)}{\partial x}\right|_{\phi} = qD_n\left[-\frac{\cosh\left(\frac{W_B'-x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)} n_p'(\phi) + n_p'(W_B)\frac{\cosh\left(\frac{x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)}\right]\Bigg|_{\phi} =$$

=

$$= -qD_n \frac{\cosh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B'}{L_n}\right)} n_p'(0) + \frac{\cancel{n_p'(W_B)}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} qD_n \approx 0$$: ipotizzo che questo sia circa nullo.

C21

Da qui, è ora possibile calcolare, mediante le leggi della giunzione, le espressioni per gli eccessi:

$$p_n'(-x_E) = \frac{N_{VE}}{N_{VB}} N_{AB} \exp\left(-\frac{q\Phi_i - \Delta E_C}{k_B T}\right)\left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1\right]$$

$$n_p'(0) = \frac{N_{CB}}{N_{CE}} N_{DE} \exp\left(-\frac{q\Phi_i + \Delta E_V}{k_B T}\right)\left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1\right]$$

$$\hookrightarrow \gamma_F = \left[1 + \frac{\cancel{q}D_p \frac{N_{VE}}{N_{VB}} N_{AB} \exp\left(-\frac{q\Phi_i + \Delta E_V}{k_B T}\right)\cancel{\left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1\right]} \frac{1}{W_E'}}{\cancel{q}\frac{D_n}{\cancel{L_n}} \frac{N_{CB}}{N_{CE}} N_{DE} \frac{\cancel{L_n}}{W_B'} \exp\left(-\frac{q\Phi_i - \Delta E_C}{k_B T}\right)\cancel{\left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1\right]}}\right]^{-1} =$$

$$= \left[1 + \frac{D_p N_{VE} N_{CE} N_{AB} W_B'}{D_n N_{CB} N_{VB} N_{DE} W_E'} \exp\left(\frac{\overbrace{\Delta E_C - \Delta E_V}^{-\Delta E_g}}{k_B T}\right)\right]^{-1}$$