

Caratteristica statica della giunzione

Vogliamo studiare, nella giunzione p-n, l'espressione della corrente I in funzione della tensione di polarizzazione V_a : $I(V_a)$.

Perchiamo, a questo scopo, di riformulare tutte le nozioni che abbiamo appreso, applicando le leggi della giunzione. All'equilibrio, i

minoritari saranno uguali a:

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} ; \quad p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} \quad (\text{nei due lati})$$

Polarizzando direttamente la giunzione, i minoritari finiti sui punti $-x_p$ ed x_n saranno costanti; in questi punti però il valore della concentrazione di portatori aumenta esponenzialmente con la ^{tensione} ~~giunzione~~, poiché vi è un abbassamento delle barriere di potenziale. I minoritari

sul lato p (in $-x_p$) e sul lato n (in x_n) saranno rispettivamente:

$$n_p(-x_p) = n_{p0} e^{\frac{V_a}{V_T}} ; \quad p_n(x_n) = p_{n0} e^{\frac{V_a}{V_T}}$$

Che cosa capita, in parole povere, mediante l'applicazione della tensione, vengono iniettati elettricamente portatori minoritari da un semiconduttore ad un altro: un semiconduttore diventa iniettore dei propri minoritari rispetto all'altro.

Studiamo dunque, lato per lato, l'iniezione di portatori, partendo dallo studio di $p_n(x)$ e di $n_p(x)$ in posizioni x generiche. Per studiare i portatori -lacuna iniettati dal lato p al lato n, dovremo studiare l'eccesso di lacune nella generica posizione x , ossia la differenza tra le lacune presenti all'equilibrio e quelle sul lato di iniezione:

$$p_n^+(x) = p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} e^{\frac{V_a}{V_T}} - p_{n0} = p_{n0} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

Averemo visto qualcosa di simile, quando avremo parlato di generazione ottica di coppie elettrone-lacuna: anche in questo caso, avviene un fenomeno di iniezione.

Proviamo di meglio definire dunque la funzione $p_n(x)$, sfruttando il modello matematico del semiconduttore: partendo dall'equazione di continuità e dal modello di ricombinazione diretto:

$$0 = -\frac{L}{q} \frac{d^2 J_p}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

Consideriamo l'ipotesi di quasi neutralità: $E \ll 0$

Ipotesi $\gg 0$, quindi sarà una corrente puramente diffusiva, e quindi

$$J = J_{diff} = -q \frac{D_p}{L_p} \frac{dp_n}{dx}$$

$$\Rightarrow 0 = D_p \frac{d^2 p_n'}{dx^2} - \frac{p_n'}{\tau_p}, \quad p_n' = p_n - p_{n0}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

La forma della soluzione dell'equazione differenziale avrà forma:

$$p_n'(x) = A e^{\frac{x}{L_p}} + B e^{-\frac{x}{L_p}}$$

Il semiconduttore ha dal lato n lunghezza W_n da confrontata con L_p

e invece: $W_n \gg L_p$; $W_n \gg L_p \Rightarrow x_n \ll W_n$

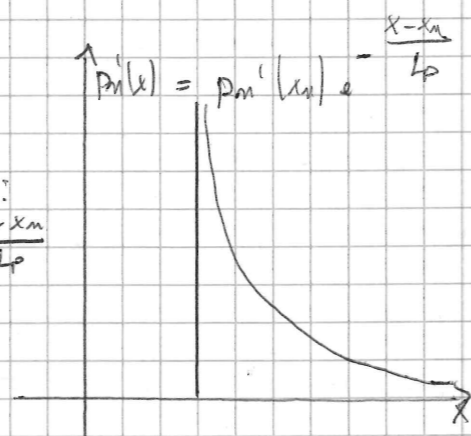
$$\Rightarrow p_n'(W_n) = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$p_n'(x_n) = A e^{\frac{x_n}{L_p}} + B e^{-\frac{x_n}{L_p}} \Rightarrow B = p_n'(x_n) e^{\frac{x_n}{L_p}}$$

Sostituendo nell'equazione soluzione si ottiene:

$$p_n'(x) = p_n'(x_n) e^{\frac{x_n}{L_p}} \cdot e^{-\frac{x}{L_p}} = p_n'(x_n) e^{-\frac{x-x_n}{L_p}}$$

Quindi, $p_n'(x)$ misura un fenomeno di diffusione, e dopo poche lunghezze di diffusione si annulla.



Ciò avviene a posteriori la nostra congettura sul quasi-livello di Fermi: esso ci ha permesso di calcolare la concentrazione delle lacune nel lato n; poiché l'esponente ha l'esponente normalizzato di L_p , dopo che l'esponente avrà superato "di qualche volta" il valore L_p , il quasi-livello di Fermi coincide con il livello di Fermi, perché le lacune saranno tutte state "bloccate", come ci suggerisce l'andamento dell'esponentiale.

Facciamo un'ultima sostituzione, poiché $p_n(x_n) = p_{n0} (e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1)$,

$$p_n'(x) = p_{n0} (e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1) e^{-\frac{x-x_n}{L_p}}$$

Sul lato p, accade qualcosa di quasi analogo:

$$0 = \frac{L}{q} \frac{d^2 J_n}{dx^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}; \quad J_n = J_{diff} = q D_n \frac{dn_p}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{q} \frac{d^2 n_p'}{dx^2} - \frac{n_p'}{\tau_n}; \quad L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

La soluzione avrà forma:

$$n_p(x) = A e^{\frac{x}{L_n}} + B e^{-\frac{x}{L_n}}$$

Applicando la stessa analogia, e la (quasi) stessa condizione al contorno, sarà B ad annullarsi:

$$n_p'(-x_p) = A e^{-\frac{x_p}{L_n}}$$

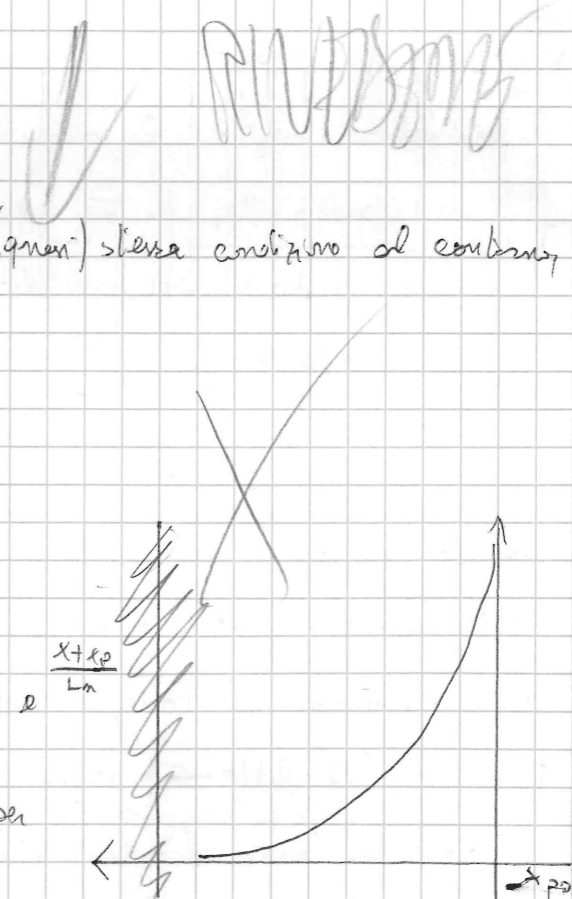
Da qui, ricaviamo A:

$$A = n_p'(-x_p) e^{\frac{x_p}{L_n}}$$

Sostituiamo A nella soluzione:

$$n_p'(x) = n_p'(-x_p) e^{\frac{x+x_p}{L_n}} = n_{p0} (e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1) e^{\frac{x+x_p}{L_n}}$$

Abbiamo tenuto ora anche l'espressione per il lato p:



P. 106

ATTENZIONE

Ora che abbiamo quantificato i portatori di carica presenti, possiamo pensare allo studio delle correnti di diffusione, in p ed n.

Sappiamo, per i due lati, che:

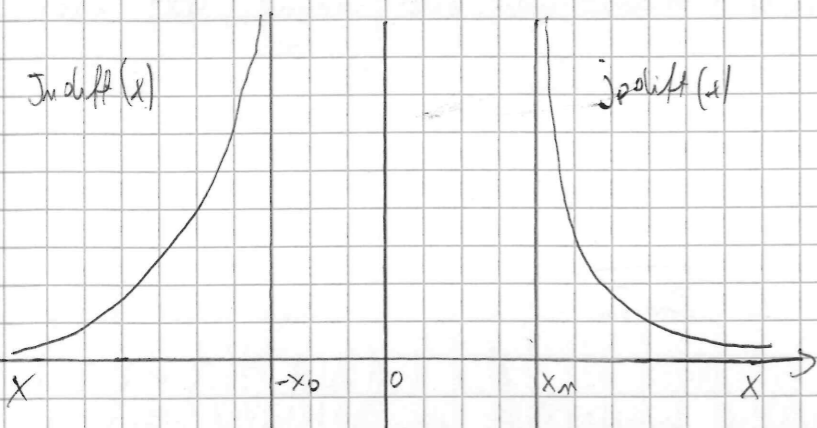
Lato p: $n_p'(x) = n_{p0} e^{-\frac{x+x_0}{L_p}}$; $n_p'(-x_p) = n_{p0} (e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1)$

$J_{p,diff}(x) = -q D_p \frac{dn_p'}{dx} = + \frac{q D_p}{L_p} n_p'(x_0) e^{-\frac{x+x_0}{L_p}}$ (da lato p nel lato n)

Lato n: $p_n'(x) = p_n'(x_n) e^{-\frac{x-x_n}{L_n}}$; $p_n'(x_n) = p_{n0} (e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1)$

$J_{n,diff}(x) = q D_n \frac{dp_n'}{dx} = - \frac{q D_n}{L_n} p_n'(-x_p) e^{-\frac{x+x_0}{L_n}}$ (da lato n nel lato p)

Le correnti avranno un andamento simile a quello dei portatori:



Riformulando meglio le correnti, possiamo scriverle così:

$J_{p,diff}(x) = \frac{q D_p p_{n0}}{L_p} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right) e^{-\frac{x-x_n}{L_p}}$

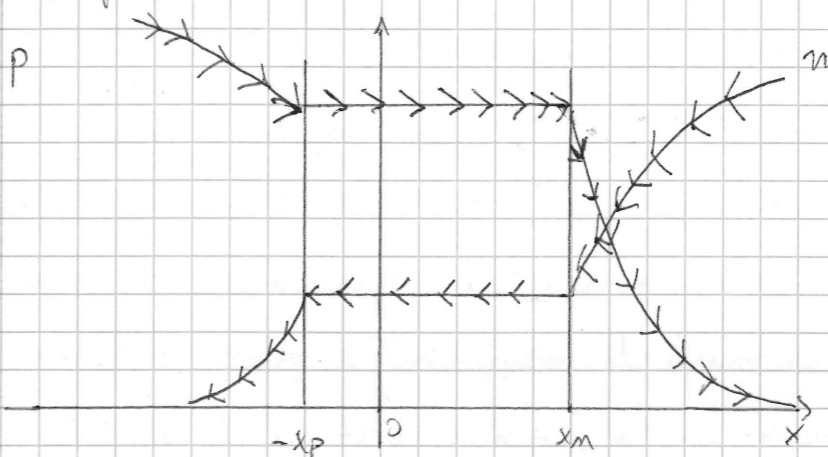
$J_{n,diff}(x) = \frac{q D_n n_{p0}}{L_n} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right) e^{-\frac{x+x_0}{L_n}}$

Abbiamo informazioni su di un'intorno della giunzione; non sappiamo niente sulle correnti lontane da essa. Il fatto che vi è una variazione di corrente solo in prossimità della giunzione, ci garantisce il fatto che la corrente deve essere globale, perché altrimenti vi dovrebbe essere accumuli infiniti di carica, che vanno contro le

leggi di conservazione.

Proviamo di capire e di raffigurare cosa capita, nel nostro modello,

con polarizzazione diretta:



Ci chiediamo da dove nasce la corrente: perché abbiamo escluso per conservazione della carica che vi sia corrente solo nella giunzione o in prossimità dell'intervallo $[-x_p; x_n]$, ci chiediamo cosa le genera. Analizzando la situazione, ed il grafico, vediamo che dal lato p giungono lacune, che vanno in n con il meccanismo di diffusione prima descritto. Siamo dunque maggiormente i portatori che verranno trasportati in questo processo; ciò che potrà trasportare le lacune da p ad n, e viceversa gli elettroni da n a p, sarà un debole campo elettrico, abbastanza debole da poter non influenzare i minoritari, e quindi potrà considerarsi valida l'ipotesi di quasi neutralità. Lontano dalla giunzione, possiamo dunque pensare che ci siano correnti di drift, di trascinamento. Alla giunzione vi ha un trasporto per diffusione, dopo di che le correnti iniettate dall'altro lato spariscono, dopo un certo tempo (ed una certa distanza). Il vettore mancante al quadro è la ricombinazione: le cariche

che pervengono dall'altro lato si ricombinano, con campo trasportate dal campo elettrico, in continuazione.

Perchiamo, da capo, di riassumere cosa capita: abbiamo quantificato gli eccessi di carica di minoritari iniettati in un lato dall'altro, seguendo un modello completamente diffusivo. Matematicamente, si è verificato che, dopo alcune lunghezze di diffusione, le cariche iniettate "spariscono": ciò è dovuto ad un fenomeno di ricombinazione: il campo muove, in ogni lato, una corrente di maggioritari: questi, andando verso la giunzione, si dividono in due gruppi: uno ricombina tutti i portatori giunti dall'altro lato con lo stesso meccanismo, e restanti si iniettano a loro volta nell'altro lato, per essere ricombinati. In questo modo, i minoritari vengono saturati, e si verifica comunque un moto di cariche, e quindi una corrente.

La somma delle due correnti esterne alla giunzione, sarà la corrente totale in essa "contenuta e mossa".

$$J_{tot} = J_{diff}(+x) + J_{diff}(-x) = \left(\frac{q D_p p_{no}}{L_p} + \frac{q D_n n_{po}}{L_n} \right) \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

Questa J_{tot} sarà la somma di anche le due correnti di drift, lontani dalla giunzione. In questo modo, studiando le correnti di diffusione "ai valori iniziali", si riesce comunque a calcolarle, in modo anche più semplice.

Introducendo dunque l'effetto del campo e della ricombinazione, abbiamo così esteso le correnti prossime alla giunzione, a tutto il semiconduttore. Questo è il funzionamento (almeno, parziale) di un diodo; studiamolo ora sotto altri fenomeni, con alcune

modifiche. Detti A_j l'area della giunzione p-n, consideriamo la corrente I nel diodo come:

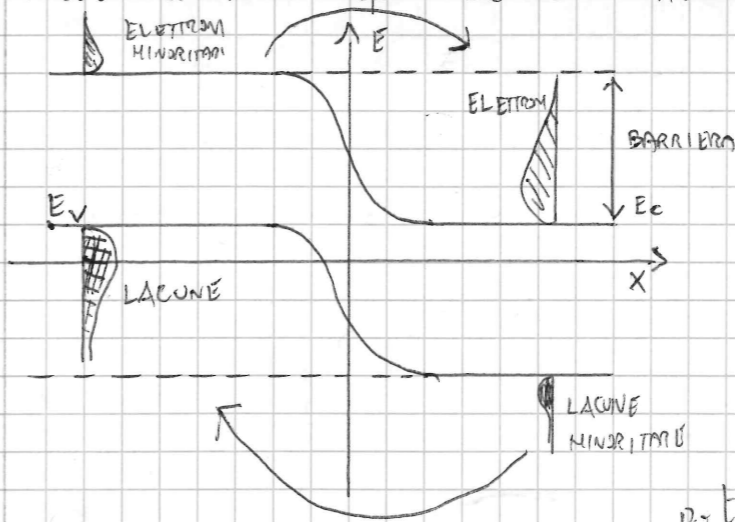
$$I = q n_i^2 A_j \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right) \quad \left[n_{po} = \frac{n_i^2}{N_A}; p_{no} = \frac{n_i^2}{N_D} \right]$$

Si definisce la "corrente inversa di saturazione" I_0 :

$$I_0 = q n_i^2 A_j \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right)$$

Questa è la corrente che sperimentalmente si può misurare applicando una tensione esterna sufficientemente negativa al diodo: data una giunzione, polarizzata inversamente con una V_a LHO, otterremo un valore sempre costante, al di sotto di un certo valore di V_a , di corrente, pari a I_0 .

Perchiamo di comprendere il significato fisico di I_0 : disegnamo il diagramma a bande della giunzione, essa avrà il lato p molto ridrato rispetto al lato n.



3 maggioritari non possono passare la barriera di potenziale derivante dalla polarizzazione inversa; o saranno dalla barriera trascinati portate dai minoritari, che

potranno facilmente trarsela

Ciò ci fa intuire che la corrente inversa di saturazione è provocata da un moto di portatori minoritari, e dunque che ha una forte dipendenza dalla temperatura: $I_0 \propto n_i^2$; ma l'efficacia dei portatori intrinseci ha una forte dipendenza dagli

effetti termici, poiché è la temperatura che "muove" i portatori intrinseci. Si vuol dire che, in un diodo a semiconduttore, in un intorno di temperatura di 300 K, la corrente raddoppia ad ogni incremento di temperatura di 10°C.

Si noti che, nel nostro modello di I_0 , siamo stati imprecisi: abbiamo considerato un modello in cui, all'interno della giunzione, non capita nulla; in realtà, ci sarebbe da considerare anche una possibile generazione termica nella regione di svuotamento: data una $V_a < 0$, il campo è negativo, ma presente, e considerando una generazione termica, il campo darà energia alle coppie elettrone-lacuna formate, e le farà muovere, "cospingendo" gli elettroni e "attraendo" le lacune (poiché $E < 0$).

Generazioni aggiuntive non considerate di iniezione di portatori come una generazione termica, se una generazione ottica, aumenterebbe la corrente inversa di saturazione, rispetto a quella ricavabile dal solo modello diffusivo, che noi considereremo comunque valido. I fotodiodi e le celle fotovoltaiche, si basano proprio su di questo principio.

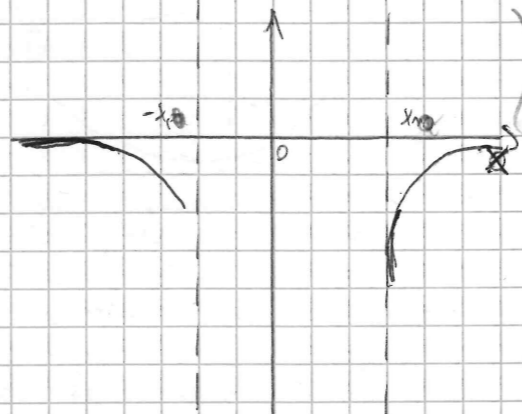
Studiamo e quantifichiamo ora, nel caso di polarizzazione inversa, la presenza in una data posizione x dei portatori minoritari. Supponiamo che, applicando la legge della giunzione,

$$p_n(x_n) = p_{n0} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right) \quad V_a < 0$$

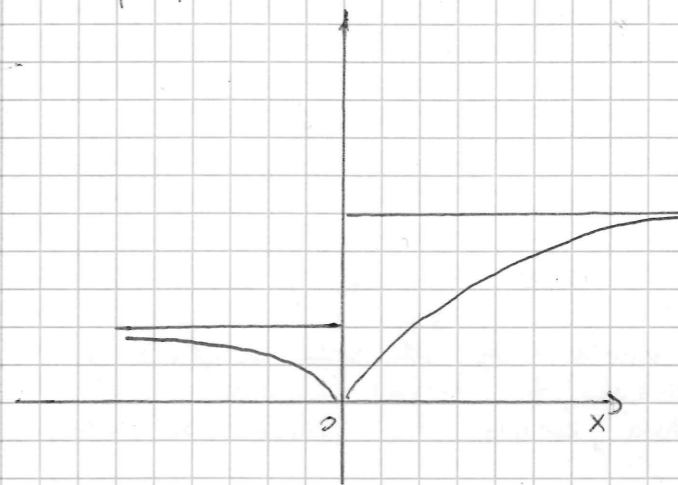
$$n_p(-x_p) = n_{p0} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

Gli eccessi di minoritari, man mano che ci si allontana dalla giunzione, tendono a 0.

I distribuiti sono dunque differenti da quelli "eventuali".



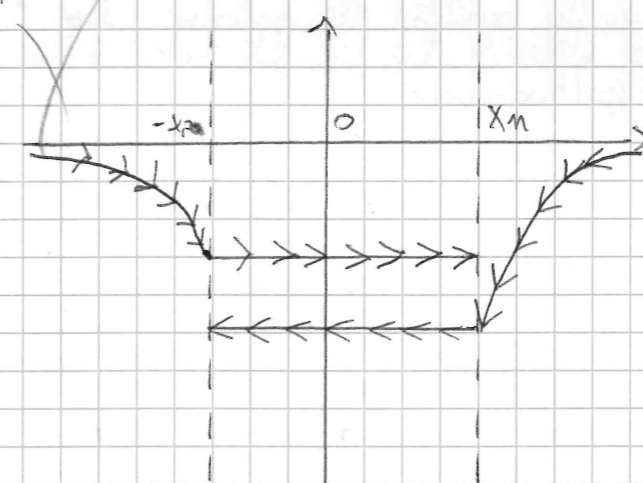
Studiamo e disegniamo i minoritari assoluti, $p_n(x)$ ed $n_p(x)$: il grafico sarà semplicemente traslato rispettivamente di p_{n0} per i primi, di n_{p0} per i secondi.



Vediamo che, ai bordi della giunzione, non ci sono portatori minoritari, e quindi non vi è iniezione.

Avremo, scrivendo i portatori rispetto alla variabile spaziale x (modello diffusivo) delle correnti, ma di segno opposto alle precedenti: negative.

Raffiguriamo il diagramma delle correnti di diffusione, al fine di studiare I_0 .



Si noti che il campo di polarizzazione non agisce sui minoritari: se lo facesse, la corrente sarebbe opposta. Quindi dall'altra parte, i portatori divergono di fatto maggioritari.

Vi è una situazione duale rispetto a quella della polarizzazione diretta: ciò che prima era fondamentale era la ricombinazione, ora la diode sarà la generazione termica.

Cariche di, per generazione termica, vengono a crearsi coppie elettrone-
 lacuna, che vengono immediatamente separate: i maggioritari rimarranno
 per qualche (breve) tempo nel lato p, mentre i minoritari saranno
 iniettati nell'altro lato. Ad evitare accumuli di carica, che
 andrebbero contro le leggi di conservazione, e il campo elettrico: poiché
 il semiconduttore è polarizzato internamente, la tensione tenderà ad
 "allontanare" il flusso di maggioritari dalla barriera; poiché questo
 eccesso di carica è esiguo, del momento che la sola sorgente è
 la generazione termica, la I_0 sarà esigua. La tensione di polarizza-
 zione inoltre non è in grado di favorire il processo, poiché la
 sorgente non varia la produzione di coppie elettrone-lacuna con il
 variare della tensione. Al contrario però se iniettiamo otticamente o
 termicamente si aumenterà la generazione di coppie, e quindi la corrente
 di saturazione inversa. Le due correnti di generazione ottica/termica
 a seconda di come è usata (e in che ambito) la giunzione, sono J_{gen}
 e J_{pgen} per i lati n e p rispettivamente.

Esercizio

Data una giunzione p-n simmetrica brusca, drogata con $N_A = 10^{20}$,
 $n = N_D = 5 \cdot 10^{20}$, sapendo che i tempi di vita dei portatori sono
 τ_n nel lato p, τ_p nel lato n, $\tau_n(N_D) = 0,5 \mu s$, $\tau_p(N_A) = 0,3 \mu s$,
 1) Si valuti la corrente inversa di saturazione I_0 , e si disegni,
 quotandola, le distribuzioni delle cariche; all'applicazione di una ten-
 sione di polarizzazione $V_a = 0,5 V$ ($A_j = 1 \text{ mm}^2$; $W_n = W_p = 1 \text{ mm}$)
 2) Si valutino i valori delle resistenze serie nel lato p e nel lato

n e si discuta il loro effetto sulla caratteristica statica
 del diodo, $I(V_a)$

Una breve digressione, prima di risolvere l'esercizio: cosa si
 intende per caratteristica statica? La risposta è semplice: la carat-
 teristica è una funzione di V_a che non coinvolge fenomeni di
 transitorio: si considera, a tal fine, che V_a vari molto "lentamente",
 in modo da poter vedere nel diagramma solo i valori di regime,
 e non eventuali picchi di corrente.

Una giunzione simmetrica è una giunzione in cui i livelli di
 drogaggio dei due lati sono confrontabili. Per confrontabili, si
 intende una differenza di qualche ordine di grandezza. Se
 vi fosse un drogaggio normale da una parte, e di 10^{10}
 dall'altra, non sarebbero confrontabili: addirittura in casi
 simili si parla di semiconduttore degenerato, poiché, se ad
 esempio $N_D = 10^{18}$, il livello di Fermi E_F va a coincidere
 con il livello E_c della banda di conduzione.

Per definire una giunzione brusca potremmo dire che il
 "drogaggio cambia repentinamente da p ad n"; i tecnici
 sono soliti definire una funzione del drogaggio $N(x)$:
 $N(x) = N_D(x) - N_A(x)$
 Se $N(x)$ presenta nella giunzione una discontinuità (di tipo
 ovviamente "salto"), la giunzione è detta brusca; se al contrario
 è una funzione continua, si parla di "giunzione graduale"; lo
 studio del grafico della funzione $N(x)$ ricorda molto l'uso

L'andamento delle densità di carica i mediante $N(x)$, sarà facile dunque studiare \mathcal{G} , \mathcal{E} , e \mathcal{I} .

Soluzione Esercizio

1) Calcolo di I_0

Possiamo immaginare la corrente I_0 come somma di due contributi:

$$I_0 = I_{0n} + I_{0p}$$

È semplice studiare dunque in questo modo:

$$I_{0n} = q n_i^2 A_j \cdot \frac{D_n}{L_n N_A}$$

$$I_{0p} = q n_i^2 A_j \frac{D_p}{L_p N_D}$$

Calcoliamo dunque i coefficienti di diffusione:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n(N_A) ; \mu_n(N_A) \approx 1250 \Rightarrow D_n = 0,026 \cdot 1250 = 32,5 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p(N_D) ; \mu_p(N_D) \approx 300 \Rightarrow D_p = 0,026 \cdot 300 = 7,8 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 40 \mu\text{m}$$

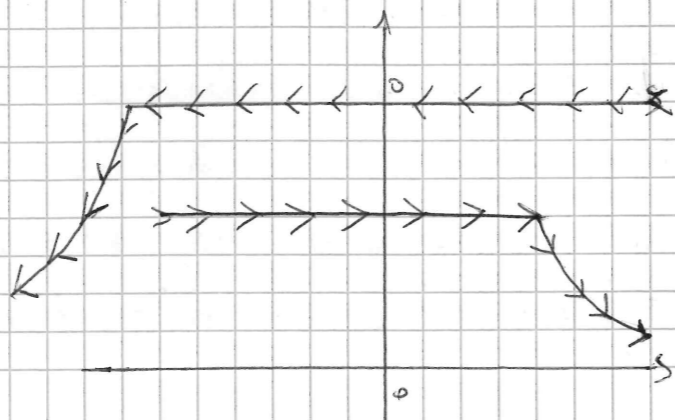
$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 13 \mu\text{m}$$

$$I_{0n} = q n_i^2 \frac{D_n}{L_n N_A} = 2,73 \cdot 10^{-13} \text{ A}$$

$$I_{0p} = 2,35 \cdot 10^{-13} \text{ A}$$

$$I_0 = 3,08 \cdot 10^{-13} \text{ A}$$

L'andamento grafico della distribuzione delle correnti i è già noto:



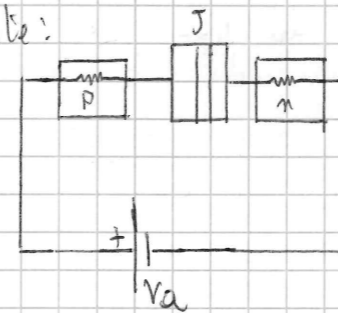
Per questo le correnti, dovremo fare così:

$$I_{p\text{diff}}(x_n) = I_{0p} (e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1) = 8 \mu\text{A}$$

$$I_{n\text{diff}}(-x_p) = I_{0n} (e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1) = 62 \mu\text{A}$$

$$I = 69 \mu\text{A}$$

2) Possiamo dare lo il circuito di accesso alla giunzione via il seguente:



Possiamo dire che, per arrivare al punto di giunzione, attraverseremo due resistenze, opposte dal lato p e dal lato n.

Dalla legge di Ohm, sappiamo che, per resistenze piccole e canali piccoli, vi è una caduta di tensione piccola, e dunque si potrebbe pensare che tutta la V_a finisce sulla giunzione J .

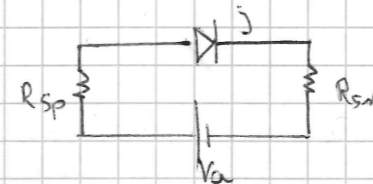
Prefiggiamoci però di calcolare le due resistenze serie: R_{sp} ed R_{sn}

$$R_{sp} = \rho_p \frac{W_p - x_p}{A_j} = \frac{1}{q \mu_p p_0} = \frac{1}{q \mu_p N_A} = 1,78 \cdot 10 = 17,8 \Omega$$

Con un ragionamento del tutto analogo,

$$R_{sn} = 1,24 \Omega$$

Il modello elettrico equivalente sarà il seguente:



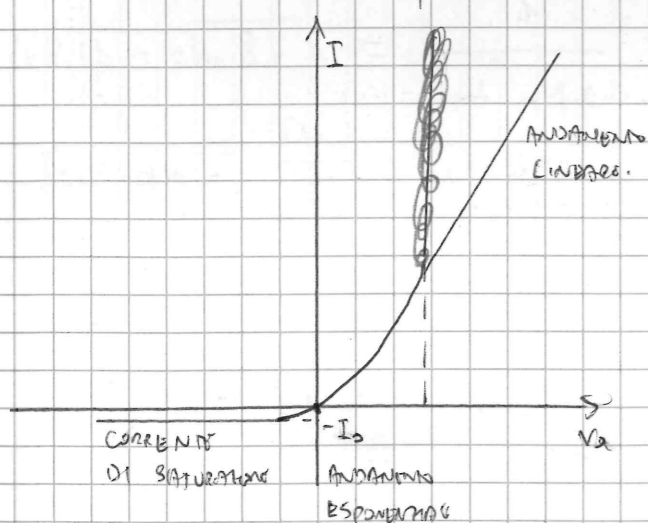
Si verifica un problema, nello studio della caratteristica statica: si dovrà considerare per alte tensioni, una V_a' considerata come "la tensione che ci sarà sul diodo, I_0 , costante (alta) che ci sarà sul diodo, e I_0 , sopra un certo valore, provocherà una notevole caduta di tensione sulle due resistenze.

$$V_a' = V_a - (R_{sp} + R_{sn}) I_0$$

La corrente sul diodo avrà un'espressione del tipo:

$$I_0 = I_0 \left(e^{\frac{V_a - (R_{sp} + R_{sn}) I_0}{V_T}} - 1 \right)$$

Ma quest'equazione è non lineare, e andrebbe risolta mediante metodi numerici. Intuitivamente, pensando alla natura del circuito, avremmo di base una corrente che varia esponenzialmente con la tensione, ma le resistenze, facendo cadere tensione, al di sopra di un certo valore faranno stabilizzare il valore del rapporto $\frac{I}{V}$, facendo diventare lineare, e dunque al di sopra di una certa V_j , l'andamento sarà quello di una retta.



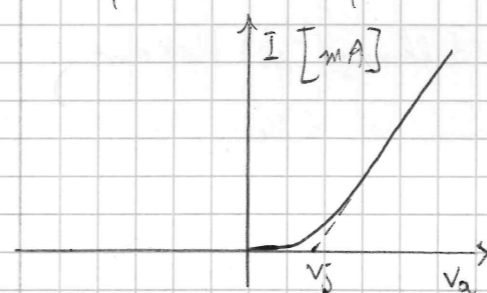
Se V_a sarà molto elevato, il diodo subirà, in proporzione, sempre meno corrente.

Continuiamo a discutere la modellizzazione del diodo a giunzione, finora abbiamo considerato un modello statico, basato cioè sul non considerare fenomeni di transitorio, effettuando lenti e lente variazioni di tensione.

Il vero problema del nostro modello è il seguente: abbiamo descritto in modo abbastanza buono il diodo a giunzione in zona diretta (anche se qualche dettaglio è ancora da chiarire), ma molto male in zona inversa; introduciamo alcune idee nuove, per poi approfondire; al nostro modello statico, costruiamo un modello più generale: il modello di ampio segnale del diodo.

Modello di ampio segnale (introduzione)

Considerando un diodo, in ^(polarizzato) tensione diretta ($V_a > 0$), esso presenta una cosa particolare: considerando una scala dei mA, quindi più imprecisa di quella che ci permette di rilevare I_0 , vediamo ciò:

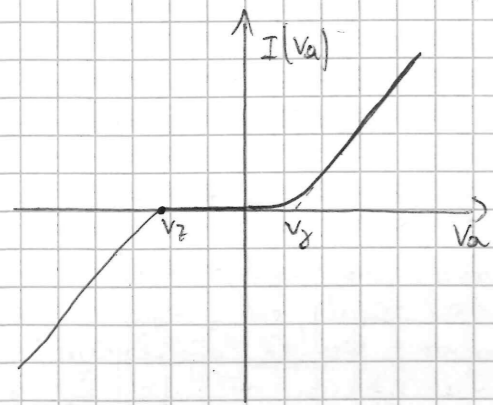


Fino ad un certo valore di V_a , la corrente I sarà impercettibile; ad un certo punto, si attiverà l'esponenziale, che farà elevare enormemente la corrente, fino a raggiungere la saturazione dovuta alle resistenze serie.

Questo punto, da noi indicato con V_j , è la "tensione di accensione del diodo". Un elettronicista, pensa a ciò: se $V_a < V_j$, il diodo è OFF, e quindi si modella con un circuito aperto; se $V_a > V_j$, il diodo è ON, e si modella con un generatore di tensione V_j .

V_j sarà in seguito argomento di discussione; vi è infatti ancora un fenomeno molto interessante da accennare.

Se consideriamo una $V_a \ll 0$, ad una certa tensione V_z , detta anche "tensione zener", si ha un'iniezione corrente negativa: il diagramma correlato sulla caratteristica $I(V_a)$ sarebbe dunque:

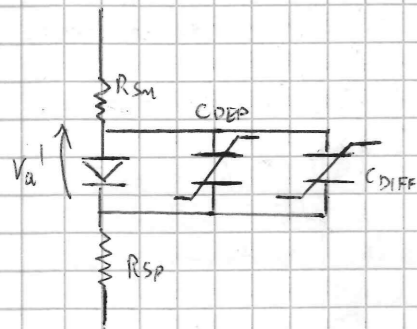


Potremmo chiederci la serie p-n-p-n V_j e V_z ; per rispondere a ciò, si è introdotto il modello di ampio segnale, che racchiude in sé tutte queste fenomenologie finché.

È possibile introdurre il modello ad ampio segnale del diodo a giunzione partendo da un circuito di elettrostatica già visto in precedenza: la capacità di svuotamento C_{DEP} .

In parallelo col diodo, possiamo infatti immaginare un condensatore omoscelato in tensione, a capacità variabile. A ciò, si dovrà associare un'ulteriore capacità variabile, in parallelo: la capacità di diffusione C_{DIFF} . Possiamo anticipare che è una capacità legata a fenomeni di diffusione dei minoritari, in polarizzazione inversa.

Il modello circuitale di ^{ampio} segnale sarà il seguente:



Il modello di ampio segnale è questo: il diodo a giunzione in parallelo alle capacità (variabili) C_{DEP} (di svuotamento), C_{DIFF} (di diffusione), in serie con le resistenze serie.

Questo modello ci presenta grossi problemi: esso è un circuito fortemente non lineare, quindi impossibile da studiare, se non con simulatori numerici, che fino a vent'anni fa di nuovi non esistevano. Esisteva però una soluzione alternativa, che ora esporremo in breve.

Modello di piccolo segnale.

La forte non linearità del circuito rende impossibile l'applicazione della l'algebra lineare, e delle sue semplici tecniche di analisi circuitale.

La strategia uscente, sarà quella di considerare un preciso punto di funzionamento del circuito, e di "linearizzarlo" in un intorno di tale punto, mediante sviluppo in serie troncati. "Piccolo segnale" deriva dal fatto che questo metodo è locale, a seconda del punto di utilizzazione, anche detto "punto di lavoro".

Dopo questo cenno, passiamo a studiare dettagli più importanti.

Valutazione di V_j

Come già detto, V_j è la tensione di accensione del diodo; il diodo sarà in stato di polarizzazione diretta. Supponiamo di stabilire a $0,1 \text{ mA}$ la minima corrente sensibile da uno strumento di misura: V_j sarà la tensione tale per cui avremo garanzia di "vedere" questa corrente minima (scelta arbitrariamente), I_{0min} .

Questa tensione minima sarà data da:

$$V_j = V_T \ln \left(\frac{I_{0min}}{I_0} \right) \approx 0,6 \text{ V}$$

La scelta di I_{0min} è poco influente, poiché il logaritmo attenua molto questo fattore. Si tratta solo di una scelta di corrente minima, osservabile.

Si noti che V_g è circa "metà dell'energy gap" (regola empirica, ma sensata).

V_g ha un'importanza storica in quanto è il "limite" al di sotto del quale non si è creata di corrente al variare di V_a , ma dopo il quale la crescita è esponenziale, quasi "verticali". Poi, si stabilizza. Per questo, il diodo acceso è modellabile con una batteria: $\nabla \Leftrightarrow \nabla^+$

Mechanismi di rottura nella giunzione

Se consideriamo una V_a LLO, quindi una tensione molto negativa, ci aspetteremo, dal modello statico, una corrente inversa costante. In realtà, al di sotto di una certa tensione V_B , il diodo va in "rottura" (breakdown): si è una "rottura elettrostatica del diodo".

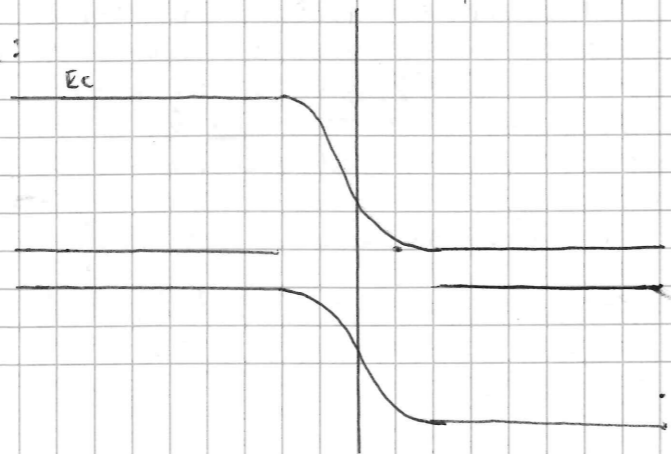
Si noti che questo è un fenomeno reversibile: non è una rottura fisica (a meno che non scorra corrente alta con tensione alta, o $P \propto V \cdot I$ produca danni fisici per cause termodinamiche, ma non elettriche).

Esistono due meccanismi di breakdown, che analizzeremo in modo qualitativo:

- Effetto valanga
- Effetto tunnel

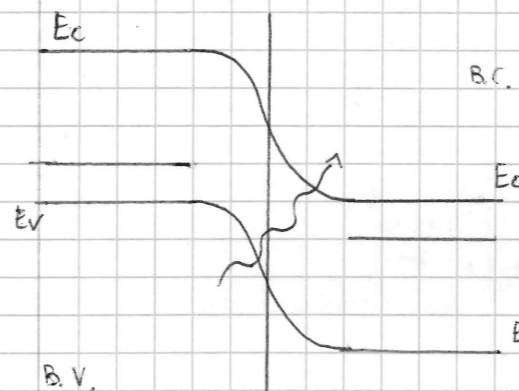
1) Effetto valanga: data una giunzione inversamente polarizzata, il lato p è molto veloce rispetto al lato n:

Il campo elettrico, a causa della forte tensione, sarà molto elevato, come già detto.



Nella zona di movimento, ci saranno, come di consueto, fenomeni di generazione termica. Questi provocheranno la nascita di una coppia elettrone-lacuna. Il forte campo elettrico, porterà accelerazione verso sinistra alla lacuna, verso destra all'elettrone. L'urto con il reticolo sarà così violento, a causa della forte velocità impressa dal campo, che provocherà effetti termici che daranno luogo a due coppie elettrone-lacuna (una per lato); il campo le separerà e accelererà, causando urti, nuove generazioni, ed un processo di corrente causata da questo effetto "a valanga".

2) Effetto tunnel: abbiamo, a causa della polarizzazione inversa, una barriera di potenziale molto elevata. La banda di valenza, nel lato p,

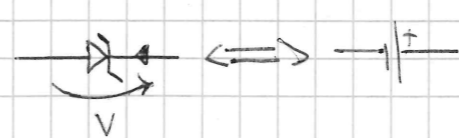


è ricchissima di elettroni (per definizione); perché la barriera si alza, ma anche restringe, quindi assume "spessore" di pochi atomi, aumentano le probabilità dell'effetto tunnel, una degli elettroni di oltre varca la barriera, grazie al proprio comportamento ondulatorio.

Se una barriera dunque sufficientemente stretta, per quanto alta, il tunneling potrà diventare possibile.

I diodi che lavorano in zona di breakdown, sono detti "diodi zener".

Il loro simbolo circuitale è:



(Si noti che la convenzione è questa alla solita)

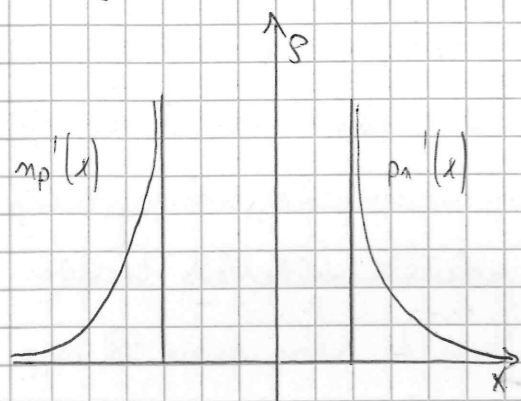
Un diodo Zener viene utilizzato molto frequentemente: perché, con una certa corrente, esso fornisce sempre la stessa tensione, esso è un ottimo punto di riferimento per la rete, essendo assimilabile come generatore di tensione V_Z .

cosa ci garantisce un comportamento "tunnel" piuttosto che "velenza"?

Il drogaggio: un diodo a giunzione molto drogato, avrà una V_Z piccola, e sarà a effetto tunnel; un diodo a giunzione poco drogato, avrà V_Z più elevato, e sarà a valenza.

Calcolo della capacità di diffusione

Abbiamo fatto un cenno su cosa sia la capacità di diffusione: essa è legata all'accumulo di carica di minoritari nei due lobi.



Le distribuzioni dei minoritari saranno:

$$p_n'(x) = p_n'(x_n) e^{-\frac{x-x_n}{L_p}}$$

$$p_p'(x) = p_p'(-x_p) e^{-\frac{x+x_p}{L_n}}$$

Le cariche Q_p e Q_n sono gli integrali delle distribuzioni nello spazio in cui agiscono:

$$Q_p = \int_{x_n}^{+\infty} q p_n'(x) e^{-\frac{x-x_n}{L_p}} dx = -q p_n'(x_n) \cdot (-L_p) e^{-\frac{x-x_n}{L_p}} \Big|_{x_n}^{+\infty} = q p_n'(x_n) L_p = \frac{q n_i^2 L_p}{N_D} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

$$Q_n = \int_{-\infty}^{-x_p} -q p_p'(-x_p) e^{-\frac{x+x_p}{L_n}} dx = -q p_p'(-x_p) L_n e^{-\frac{x+x_p}{L_n}} \Big|_{-\infty}^{-x_p} = -q p_p'(-x_p) L_n = \frac{-q n_i^2 L_n}{N_A} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

Vedendo un legame tra carica e tensione potremmo voler introdurre una capacità. Per questo si definisce la capacità di diffusione, come la somma dei moduli delle derivate delle cariche rispetto a V_a :

$$C_{DIFF}(V_a) = \left| \frac{dQ_p}{dV_a} \right| + \left| \frac{dQ_n}{dV_a} \right|$$

Si noti che se la giunzione è fortemente asimmetrica, il termine a drogaggio superiore sarà trascurabile.

$$C_{DIFF}(V_a) = \frac{q n_i^2 L_p}{N_D V_T} e^{\frac{V_a}{V_T}} + \frac{q n_i^2 L_n}{N_A V_T} e^{\frac{V_a}{V_T}}$$

Questa capacità è fortemente non lineare: dipende infatti esponenzialmente dalla tensione esterna V_a .

Tornando alle espressioni degli eccessi di carica $q p_o$ o $q n_o$, nello specifico prendendo ad esempio $q p_o$,

$$q p_o = \frac{q n_i^2 L_p}{N_D} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

È possibile notare una similitudine con la corrente di diffusione nel punto x_n di lacuna:

$$J_p(x_n) = \frac{q D_p n_i^2}{N_D L_p} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

Moltiplicando e dividendo "Lp" per $q p_o$, si ottiene

$$q p_o \cdot \frac{L_p}{L_p} = \frac{q n_i^2 L_p^2}{N_D L_p} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right) = \frac{q n_i^2 D_p L_p}{N_D L_p} \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

Si può vedere da ciò che:

$$J_{diff}(x_n) = \frac{q p_o}{L_p}$$

Si nota dal tutto che, si verifica che:

$$J_{\text{diff}}(-x_p) = \frac{q_n'}{b_n}$$

Poiché J_{tot} è la somma dei due contributi di carica, possiamo dire che

$$J_{\text{tot}} = J_{\text{diff}}(x_n) + J_{\text{diff}}(-x_p) = \frac{q_p'}{b_p} + \frac{q_n'}{b_n}$$

Questa è la corrente totale nella giunzione, in condizioni stazionarie.

Qui ci fa intuire che la corrente del diodo è controllata sostanzialmente da una ricombinazione; questa è la base del modello del diodo a controllo di carica. Manca però un fattore fondamentale: il tempo. Vediamo ora cosa è possibile fare.

Modello a controllo di carica

Abbiamo finora considerato condizioni stazionarie; per poter studiare il modello a controllo di carica, dovremo risolvere l'equazione di continuità, in condizioni non stazionarie. Quindi:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} J_p(x) - \frac{p_n'(x)}{\tau_p}$$

Vale l'ipotesi di quasi neutralità, e quindi $J_p = -q D_p \frac{\partial p_n'}{\partial x}$

$$\Rightarrow D_p \frac{\partial^2 p_n'}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial t} p_n'(x) + \frac{p_n'(x)}{\tau_p}$$

Integriamo sull'asse delle x estendendoci i membri, a partire da x_n e fino ad una generica posizione spaziale x :

$$D_p \cdot \left[\frac{\partial p_n'}{\partial x} \Big|_x - \frac{\partial p_n'}{\partial x} \Big|_{x_n} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_n}^x p_n'(x) dx + \frac{1}{\tau_p} \int_{x_n}^x p_n'(x) dx$$

Moltiplichiamo ambo i membri per la carica "q", e vediamo:

Vediamo che:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_n}^x q p_n'(x) dx + \frac{1}{\tau_p} \int_{x_n}^x q p_n'(x) dx = \frac{\partial}{\partial t} Q_p'(x) + \frac{1}{\tau_p} Q_p'(x)$$

Al primo membro, invece, se $x \rightarrow \infty$, allora il primo termine si annulla, e così, considerando un diodo lungo, annullano il primo termine; il secondo sarà:

$$-q D_p \frac{\partial p_n'}{\partial x} \Big|_{x_n} = J_{p,\text{diff}}(x_n)$$

Dualmente, integrando da $-x$ a $-x_p$ gli elettroni nel lato p, si ottiene

$$J_{\text{diff}}(-x_p) = \frac{\partial}{\partial t} Q_n' + \frac{1}{\tau_n} Q_n'$$

Poiché $J_{\text{tot}} = J_{\text{diff}}(-x_p) + J_{p,\text{diff}}(x_n)$, il modello a controllo di carica sarà:

$$J_{\text{tot}} = \frac{\partial}{\partial t} Q_p' + \frac{\partial}{\partial t} Q_n' + \frac{Q_p'}{\tau_p} + \frac{Q_n'}{\tau_n}$$

Continuiamo, meglio definendo il "modello di piccolo segnale"

Modello di piccolo segnale

Il modello a controllo di carica è un sottocaso del modello ad ampio segnale, che non considera effetti elettrostatici (quali la capacità); il modello ad ampio segnale è completo, ma difficile da usare, a causa della sua forte non linearità. L'idea del modello di piccolo segnale è quella di linearizzare, mediante una serie di sviluppo in polinomi di Taylor.

Dovremo studiare funzioni $I(V_a)$ per una certa $V_a = V_{op} + v_{ss}$:
 V_{op} è il punto di lavoro, il punto in cui sviluppiamo la I ;
 v_{ss} è rappresentativo dell'intorno, infatti v_{ss} è "termine di piccolo segnale" (Small Signal); V_{op} è la "terme di punto di lavoro" (Operating Point)

Espresso da:
 $I = I_0 \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$

Se consideriamo una tensione $V_{op} + v_{ss}$, poniamo di v_{ss} , sviluppando fino a ordine lineare la funzione, che:

$$I(V_{op} + v_{ss}) = I_0 \left(e^{\frac{V_{op}}{V_T}} - 1 \right) + \frac{\partial}{\partial V_a} \left[I_0 \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right) \right] v_{ss}$$

V_{op} è di fatto una componente costante, e v_{ss} il suo intorno.

La derivata della corrente I_0 al punto di lavoro V_{op} sarà:

$$\frac{\partial}{\partial V_a} \left[I_0 \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right) \right] \Big|_{V_{op}} = \frac{I_0 e^{\frac{V_{op}}{V_T}}}{V_T} = g_{d0} \text{ (conduttanza differenziale)}$$

Si definisce la resistenza differenziale r_d come:

$$r_d = \frac{1}{g_d}$$

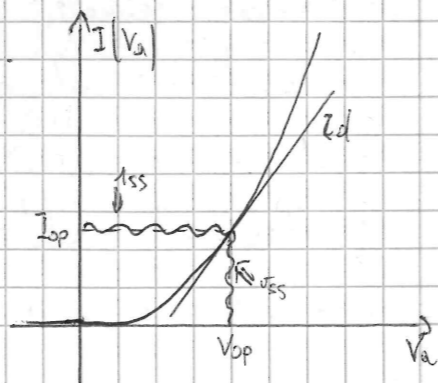
Spesso gli elettronici scambiano i termini $I_0 e^{\frac{V_{op}}{V_T}}$ ed I_{op} .

Dunque, la nuova equazione sarà:

$$I(V(t)) = I(V_{op} + v_{ss}(t)) \approx I_{op} + g_d v_{ss}(t) = I(V_{op}) + i_{ss}(t)$$

In un intorno di V_{op} , dunque, è possibile linearizzare il diodo, sostituendolo con la resistenza differenziale r_d .

r_d è la pendenza della retta osculatrice $I(V_a)$ nel punto di lavoro V_{op} , con un intorno di piccolo segnale v_{ss} .



Questo i_{ss} sarà dato dall'approssimazione di $I(V_a)$ al punto di lavoro V_{op} , $I(V_{op}) = I_{op}$, togliendo la componente continua I_{op} .

$$i_{ss}(t) = I_{tot}(V_a) - I_{op} = g_d \cdot v_{ss}$$

Abbiamo trattato il diodo; trattiamo ora le due capacità non lineari, tentando di linearizzarle.

Cominciamo a considerare la carica, nella fotoresistor la "carica di equilibrio" Q_{DEP} . Essa dipende, come si sa, da V_a .

Poniamo di Q_{DEP}

$$Q_{DEP}(V_{op} + v_{ss}(t)) \approx Q_{DEP}(V_{op}) + \left. \frac{\partial Q_{DEP}}{\partial V_a} \right|_{V_{op}} \cdot v_{ss}$$

Per la capacità di diffusione, stesso ragionamento:

$$Q_{DIFF}(V_{op} + v_{ss}) \approx Q_{DIFF}(V_{op}) + \left. \frac{\partial Q_{DIFF}}{\partial V_a} \right|_{V_{op}} \cdot v_{ss}$$

Si ricava, al termine dell'analisi, che ϵ

$$g_{d0} = \frac{I_0 + I_{ss}}{V_T}$$

$$C_{DEP0} = A \sqrt{\frac{q \epsilon N_{DEP}}{2[V_{bi} - V_{op}]}}$$

$$C_{DIFF0} = q A \frac{n_i^2}{V_T} \left(\frac{L_n}{N_A} + \frac{L_p}{N_D} \right) e^{\frac{V_{op}}{V_T}}$$

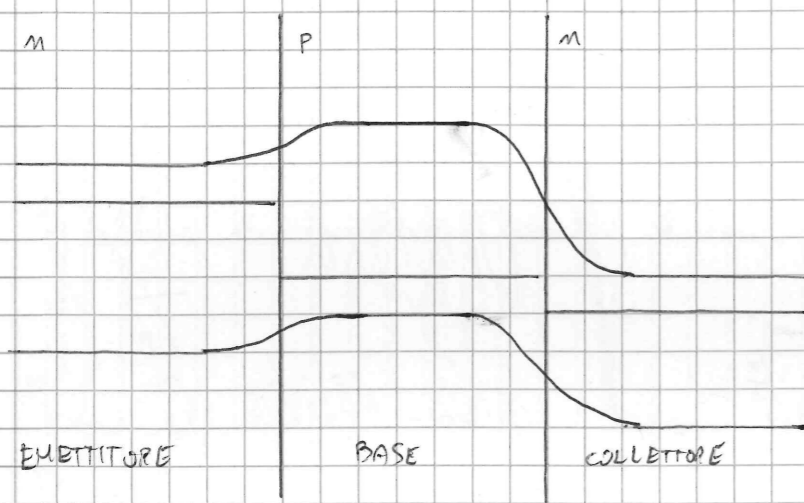
Handwritten notes and scribbles:
 ONI...
 FOR...
 (Large scribbles)

Il modello di piccolo segnale viene dunque, in un intorno di V_{op} , il circuito di campo segnale in un resistore (differenziale) in parallelo a due capacità; questo, in serie con le resistenze serie dei lati della giunzione. Si noti che, per $V_a < 0$, ossia in polarizzazione inversa, r_d avrà pochissimo corrente, diventa dell'ordine dei MΩ, e annullabile con un circuito aperto; la diffusione sarà nulla, poiché avremo i

minoritari solo in zona di mutamento; $\text{Coiff } \approx 1$; quindi, si può dire che il modello di piccolo segnale, per $V_a \ll 1$, sia assimilabile alle resistenze serie con il Coiff di mutamento.

Transistor bipolare

Si tratta di una geniale applicazione della giunzione p-n: esso è composto, di fatto, da una giunzione n-p-n (o vedremo p-n-p); qual è il suo senso? Sappiamo che, per aumentare la I_0 , servirebbe un'indagine sotto via termica, od ottica, o c'è un'ulteriore soluzione, ben più geniale: una giunzione: essa può "spingere" portatori, incrementando la I_0 . Vedendo un primo diagramma a bande, distinguiamo le sostanziali zone:



La prima zona n, detta "emettitore", emette elettroni nel lato p adiacente, la "base"; questo, mediante una polarizzazione diretta; da p ad n, ci sarà una polarizzazione inversa, ma gli elettroni, giunti in abbondanza dall'emettitore, andranno verso il collettore passando dalla base, mediante una corrente di tipo diffusivo. Riassumendo, la barriera bassa da E a B permette il passaggio di elettroni; da B a C questi

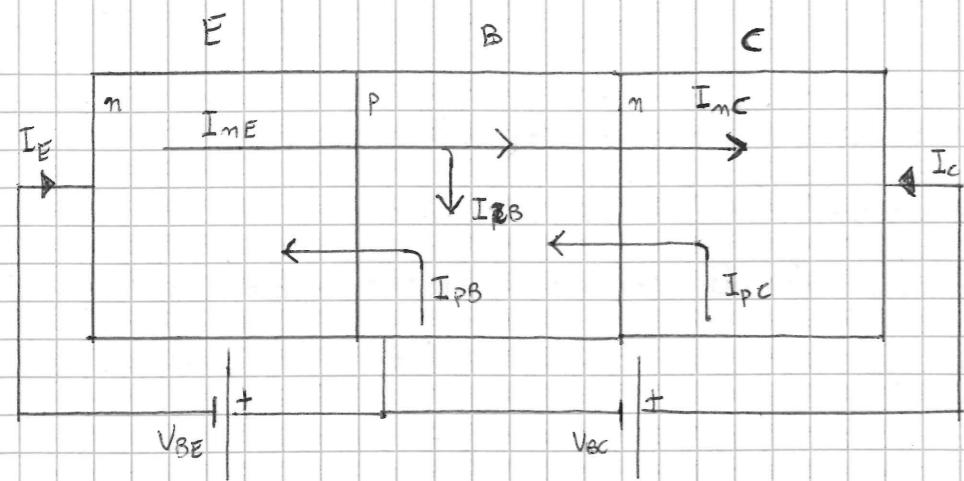
"scenderanno sotto l'azione" avvenendo al collettore C.

Ma perché facciamo ciò?

Innanzitutto, si noti che la corrente di elettroni dall'emettitore E alla base B è regolabile dalla tensione sulla prima giunzione; ciò che per capirci, è che posso (più o meno) controllare la corrente che viene dalla base iniettata al collettore (poiché dipende da quanto ne è stata iniettata nella base), ma senza doverla "riprescindere batta": infatti, la carica iniettata da un lato ad un altro, non trova contropartita del secondo lato verso il primo, se non in quantità minima. Vi sarà un grosso flusso dal lato E al lato B, ma infinitesimo dal lato B al lato E. L'astuzia si basa sul fatto che, tendenzialmente, gli elettroni derivanti da E verso B non si ricombineranno (nei dispositivi che si vogliono studiare e progettare), ma andranno verso il lato C. Possiamo riassumere il funzionamento (in modo molto superficiale) del transistor bipolare dicendo ciò: il transistor bipolare permette di controllare una corrente tra emettitore e collettore tramite la tensione applicata tra base ed emettitore, "senza dover pagare" con una corrente troppo ingente tra base ed emettitore, bensì con una corrente minima.

Analisi delle correnti

Procediamo di rappresentare in modo qualitativo il modello delle correnti in un transistor bipolare; consideriamo la giunzione da emettitore E a base B polarizzata direttamente, la base B a collettore C polarizzata inversamente: $V_{BE} \gg 0$, $V_{BC} \ll 0$



Esistono, nelle giunzioni, 5 correnti; andiamole:

- 1) I_{nE} è una corrente di diffusione di elettroni che vengono iniettati da E verso la base B
- 2) I_{nC} è la frazione di I_{nE} che non si è ricombinata nella base. Essa in un buon transistor deve essere più elevata possibile, poiché la ricombinazione in base deve essere minima
- 3) I_{pB} è una corrente di diffusione di lacune iniettata nell'emettitore dalla base; questa deve essere piccola, in un buon dispositivo.
- 4) I_{pB} è una corrente di elettroni da E a B che va a ricombinarsi: è un "trascorso" di I_{nE} , che va limitato, poiché "limita" la corrente I_{nC} .
- 5) I_{pC} è una corrente inversa di lacune dal collettore verso la base, molto ridotta, spesso trascurabile.

Ragioniamo su queste correnti: la corrente di ingresso nell'emettitore, I_E , è data da:

$$I_E = I_{nE} + I_{pB}$$

La corrente I_E è la somma delle I_{nE} e I_{pB} . La corrente principale del transistor è quella che anche da emettitore a

collettore, quindi una parte di I_{nE} , per questo I_{pB} va limitato, in quanto riduce la corrente principale.

Si definisce sull'emettitore un parametro γ_F che determina l'efficienza del transistor, all'emettitore. Vedremo che F sta per "Forward":

$$\gamma_F = \frac{I_{nE}}{I_{nE} + I_{pB}} \quad (\text{Efficienza di emettitore})$$

In un buon dispositivo γ_F deve tendere a 1, vorremmo cioè che I_{pB} tenda a 0. Ciò è tecnologicamente fattibile, aumentando il drogaggio del lato n di emettitore (legge della giunzione).

Potremmo dire lo dunque $I_{nE} = \gamma I_E$.

Ci interessa sapere ora, della γI_E , quanta finisce nel collettore, e cioè quanta non ne viene ricombinata.

$$I_{nC} = I_{nE} - I_{pB}$$

Definiamo il parametro d_T :

$$d_T = \frac{I_{nC} - I_{pB}}{I_{nE}} \quad (\text{per un dispositivo efficiente, } d_T \rightarrow 1)$$

Il trucco per far tendere d_T a 1, è usare una base stretta: se la lunghezza del diodo $W_B \ll L_n$, possiamo dire che $d_T \rightarrow 1$. La corrente $I_{pC} \approx 0$, quindi è trascurabile.

$$I_C = -d_T \cdot \gamma_F \cdot I_E$$

Definiamo d_F il prodotto:

$$d_F = d_T \cdot \gamma_F$$

Dunque,

$$I_C = -d_F I_E \quad (2)$$

Possiamo considerare il transistor come un nodo generalizzato, e dunque studiare con le leggi di Kirchhoff le tre correnti: anche la base avrà una corrente, che si considererà di uscente, in un buon dispositivo:

$$I_E + I_B + I_C = 0 \quad (2)$$

Dalla 1, sostituendo in 2,

$$I_E = -\frac{I_C}{\beta_F} \Rightarrow -\frac{I_C}{\beta_F} + I_C + I_B = 0$$

Quindi,

$$I_B = \frac{I_C(1-\beta_F)}{\beta_F} \Rightarrow \frac{I_C}{I_B} = \frac{\beta_F}{1-\beta_F} = \beta_F \text{ (guadagno in corrente)}$$

β_F è il prodotto di due numeri vicini ad 1, quindi β_F potrebbe essere un numero molto grande.

Possiamo dire che

$$I_C = \beta_F I_B$$

Con una corrente di base di pochi mA, si riescono a controllare correnti molto alte, mediante V_{BE} .

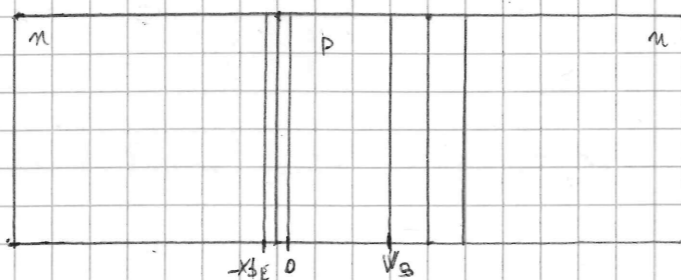
Dato un buon transistor, quindi con β_F molto grande, (da 100 a 300 circa), si può controllare una corrente $I_C \approx -I_E$ "pregiata" con una piccola corrente di base I_B .

Passiamo ad un calcolo più quantitativo

Calcolo delle correnti

Alcune ipotesi preliminari:

Consideriamo come "0" il punto di inizio della regione di movimento nel lato "p" base, alla giunzione con E.



Smoltito, considereremo la lunghezza della base W_B , uguale alla distanza tra le due regioni di movimento. Questa è una condizione possibile data l'ipotesi di lato corto, poiché si "confonde" la lunghezza del lato di base, costante, con il lato, l'ampiezza della regione di movimento, che è una variabile di V_a . Questa approssimazione può sembrare grossolana, ma in effetti dato lato corto è fattibile.

3 tre punti interessanti allo studio che faremo saranno dunque $-x_{DE}$, 0, W_B . Studiamo dunque le leggi della giunzione, applicandole nei suddetti punti.

Per la giunzione tra base ed emettitore:

$$p_n'(-x_{DE}) = \frac{n_i^2}{N_{DE}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

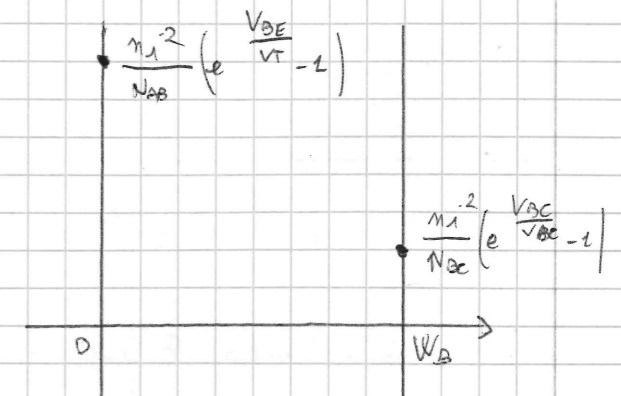
$$n_p'(0) = \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

Per la giunzione tra base e collettore:

$$n_p'(W_B) = \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

In un transistor, i fenomeni di interesse avvengono soprattutto nella base: in esso, ci dedicheremo allo studio dettagliato dei portatori di carica

3 due nodi, i due punti evidenziati, saranno le condizioni al contorno da applicare nello studio mediante il modello matematico



Consideriamo dunque le equazioni di continuità, nella base; si noti che le nostre due equazioni al contorno sono non nulle entrambe, e quindi l'algebra dei conti sarà un po' complicata.

Dal modello matematico, sappiamo che:

$$D_n = \frac{d^2 n_p'(x)}{dx^2} = \frac{n_p'(x)}{\beta_n} ; \quad D_p = \frac{d^2 p_n'(x)}{dx^2} = \frac{p_n'(x)}{\beta_p} \quad (\text{non utile per ora})$$

La soluzione generale avrà come al solito una forma del tipo:

(per n_p')

$$n_p'(x) = A e^{\frac{x}{L_n}} + B e^{-\frac{x}{L_n}}$$

Applichiamo le condizioni al contorno:

$$n_p'(0) = \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \Rightarrow A + B \quad (1)$$

$$n_p'(W_B) = \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) \Rightarrow A e^{\frac{W_B}{L_n}} + B e^{-\frac{W_B}{L_n}} \quad (2)$$

Ora, dalla 1 sappiamo che:

$$B = n_p'(0) - A ;$$

$$\Rightarrow n_p'(W_B) = A e^{\frac{W_B}{L_n}} + (n_p'(0) - A) e^{-\frac{W_B}{L_n}}$$

Da ciò, ricaviamo A:

$$A = \frac{n_p'(W_B) - n_p'(0) e^{-\frac{W_B}{L_n}}}{e^{\frac{W_B}{L_n}} - e^{-\frac{W_B}{L_n}}}$$

Ora, sostituendo B in 1, si ricava, moltiplicando a den. comune,

~~on~~ ~~XXXXXXXX~~

$$B = n_p'(0) - A = \frac{n_p'(0) e^{\frac{W_B}{L_n}} - n_p'(0) e^{-\frac{W_B}{L_n}} - n_p'(W_B) + n_p'(0) e^{-\frac{W_B}{L_n}}}{e^{\frac{W_B}{L_n}} - e^{-\frac{W_B}{L_n}}}$$

$$= \frac{n_p'(0) e^{\frac{W_B}{L_n}} - n_p'(W_B)}{2 \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

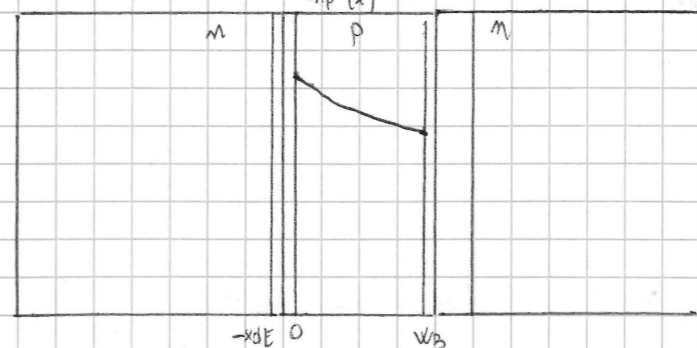
Ora, ricorrendo la soluzione generale dell'equazione differenziale, sostituiamo al suo interno A e B:

$$n_p'(x) = \frac{n_p'(W_B) e^{\frac{x}{L_n}} - n_p'(0) e^{-\frac{W_B+x}{L_n}} + n_p'(0) e^{\frac{W_B-x}{L_n}} - n_p'(W_B) e^{-\frac{x}{L_n}}}{2 \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

~~XXXXXXXX~~

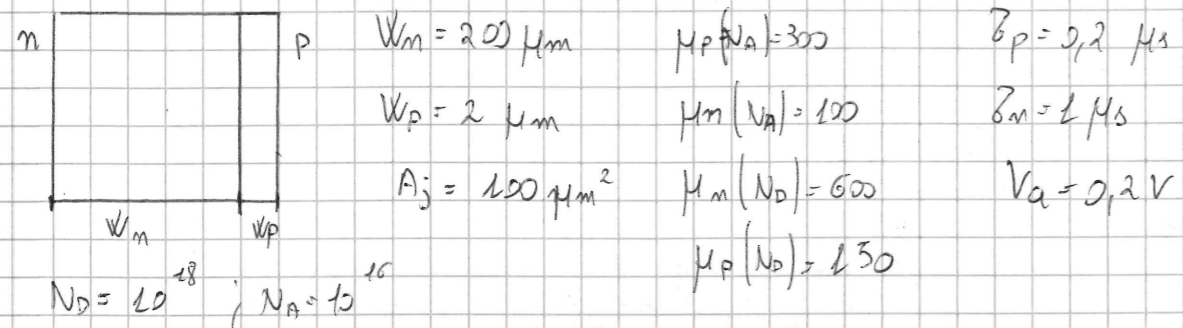
$$n_p'(x) = n_p'(0) \frac{\sinh\left(\frac{W_B-x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} + n_p'(W_B) \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

Possediamo ora un'espressione dei portatori nella base; derivandola possiamo studiare i flussi delle cariche. Si noti che le cariche che raggiungono il collettore, lo faranno mediante un meccanismo diffusivo, regolato dalle leggi ora espresse.



Esercizio

Data giunzione p-n così descritta:



- 1) Disegnare il diagramma a bande quotato (ampiera regione di smontamento, quasi livelli di Fermi...)
- 2) Disegnare e quotare il diagramma delle correnti
- 3) Calcolare il modello di ampio segnale del diodo
- 4) Calcolare il modello di piccolo segnale, con punto di lavoro in V_a

Soluzione

- 1) Potremmo usare le strategie già usate più e più volte, oppure ragionare in modo più fine: osservando i dati della giunzione, $W_n \gg W_p$, e $N_D \gg N_A$. Si verifica che la regione di smontamento sarà molto silenziosa: l'ampiezza sul lato n sarà pressoché nulla, e così $x_n \ll 0$

$$x_p \approx x_n$$

Potremmo trascurare, nei calcoli, x_n . Potremmo dire che dunque l'ampiezza della regione di smontamento sarà:

$$x_n \approx x_p = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s (\Phi - V_a)}{q N_A}} \quad [\text{questa è l'equazione semplificata}]$$

x_n richiede la barriera Φ ; è possibile ragionare finemente, dicendo che il livello di Fermi coincide quasi con E_c , nel lato n, perché

la giunzione è n⁺p, cioè asimmetrica e drogata pesantemente tipo n. Possiamo dunque dire che

$$q \Phi_{sn} \approx q \Phi$$

Così dire che il lavoro di estrazione dal lato n tende a coincidere con l'affinità elettronica.

La barriera si può calcolare infine nel lato p: confrontando il livello di Fermi intrinseco in zona di neutralità, con il quasi livello di Fermi, aggiungendo la componente $\frac{E_g}{2}$,

$$q \Phi_i = \frac{E_g}{2} + E_{Fi} (+\infty) - E_{Fp} = \frac{E_g}{2} + kT \ln \frac{N_D}{n_i}$$

Si trascuri cioè il termine al lato n, e n regione geometricamente sulla giunzione.

1b) calcolo delle correnti

Abbiamo una situazione particolare: un diodo metà lungo, metà corto. Calcoliamo, in entrambi i lati, la distribuzione del minorantini, al fine di calcolare le correnti di diffusione.

La corrente (o meglio, la distribuzione di) lacune iniettate nel lato n (il lato lungo, che abbiamo posto a destra invertendo per esercizio la solita convenzione), sarà:

$$p_n'(x) = p_n'(-x_n) e^{-\frac{x+x_n}{L_p}}$$

Per l'altro lato le cose si fanno molto più interessanti, perché esso è corto. Risolviamolo da un vecchio esercizio un risultato:

$$n_p'(x) = n_p'(x_p) \cdot \frac{\sinh\left(\frac{L-x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{L_n}\right)}$$

Poiché in questo ambito $L \approx W_p - x_p$, *

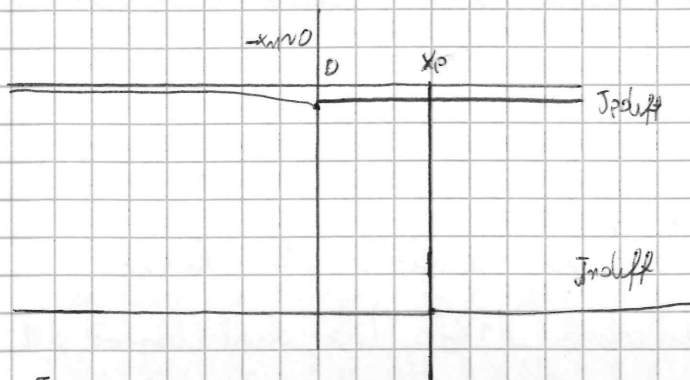
$$n_p'(x) = n_p'(x_p) \cdot \frac{\sinh\left(\frac{W_p - x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_p - x_p}{L_n}\right)}$$

Proviamo a calcolare le correnti, derivando le espressioni delle concentrazioni dei portatori.

$$J_{p,diff}(x) = -q D_p \frac{dp_n(x)}{dx} = \frac{-q D_p n_i^2}{N_A L_p} \cdot \left(e^{\frac{V_a}{V_T} - 1} \right) e^{\frac{x+x_p}{L_p}}$$

$$J_{n,diff}(x) = q D_n \frac{dn_p(x)}{dx} = \frac{q D_n n_i^2}{N_A L_n} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{W_p - x_p}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_p - x_p}{L_n}\right)} \left(e^{\frac{V_a}{V_T} - 1} \right)$$

Facciamo un grafico molto approssimativo:



In realtà, sia $J_{p,diff}$ che la decrescita di J_n sono del tutto impercettibili, quindi il grafico è infedele.

Potremmo dunque chiederci quale sia l'andamento della caratteristica statica del diodo.

$$-I_{tot} = A_j \left(J_{p,diff}(-x_n) + J_{n,diff}(x_p) \right) \quad \left(\text{Poiché invertiamo il senso degli assi cartesiani} \right)$$

$$I = A_j \left(\frac{q D_p n_i^2}{N_A L_p} + \frac{q D_n n_i^2}{N_A L_n} \cosh\left(\frac{W_p - x_p}{L_n}\right) \right) \left(e^{\frac{V_a}{V_T} - 1} \right)$$

In realtà poiché il lato è corto, dunque $W_p \ll L_n$:

$$n_p'(x) \approx n_p'(x_p) \frac{W_p - x}{W_p - x_p} \quad (\text{lineare})$$

Su un dispositivo di questo tipo, si annulla l'usuale andamento della ricombinazione: l'andamento è costante, poiché il lato corto annulla i nostri effetti ricombinativi. Nel lato n invece non cambia nulla rispetto al solito.

Abbiamo trovato conferma di ciò che avevamo fatto con il transistor bipolare: è possibile, passando da un diodo lungo ad uno corto, sostituire la lunghezza di diffusione con il lato del diodo, corto.

2) Calcolo del modello di ampio segnale

Vediamo che in questo ambito, il modello di ampio segnale sarà solo:

$$C_{DEP} \approx \frac{E_s A_j}{x_d} \approx \frac{E_s A_j}{x_p(V_a)} \quad (x_n \approx 0)$$

$$C_{DIFF} \approx \frac{A_j}{L} \left| \frac{dn_n}{dV_a} \right| \quad (q_p \text{ trascurabile})$$

Ma q_n si può approssimare come un'area, o dunque ad un triangolo.

$$q_n(V_a) = -q \cdot n_p'(x_p) (W_p - L_p) \cdot \frac{L}{2} \quad (\text{e } \frac{L}{2} \text{ è l'area del triangolo})$$

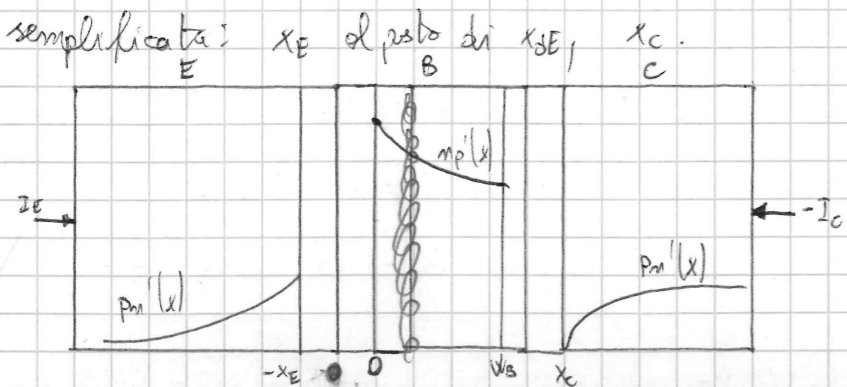
$$q_n' = \frac{-q n_i^2 (W_p - x_p)}{2 N_A} \left(e^{\frac{V_a}{V_T} - 1} \right)$$

$$\left| \frac{\delta q_n}{\delta V_a} \right| = \frac{q n_i^2 (W_p - x_p)}{2 N_A V_T} e^{\frac{V_a}{V_T}}$$

Il modello di piccolo segnale sarà una linearizzazione di ciò, nel punto di lavoro scelto.

Cominciamo allo studio del BJT (bipolar junction transistor)

Abbiamo già detto che il transistor bipolare è un dispositivo dominato dalla diffusione di minoritari. Usiamo una convenzione semplificata: x_E al posto di x_{BE} , x_C .



Le equazioni dei portatori nelle tre regioni saranno:

Elettrodo E:

$$p_n'(x) = p_n'(-x_E) e^{\frac{x+x_E}{L_p}} = \frac{n_i^2}{N_{DE}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T} - 1} \right) e^{\frac{x+x_E}{L_p}}$$

Base B:

$$n_p'(x) = n_p'(0) \frac{\sinh\left(\frac{W_B - x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} + n_p'(W_B) \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

$$n_p'(0) = \frac{n_i^2}{N_{DB}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T} - 1} \right)$$

$$n_p'(W_B) = \frac{n_i^2}{N_{DC}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T} - 1} \right)$$

Elettrodo C:

$$p_n'(x) = \frac{n_i^2}{N_{DC}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T} - 1} \right) e^{\frac{x-x_C}{L_p}}$$

Dal punto di vista dei soli emettitore o collettore, il transistor non avrebbe differenze da una giunzione; la base ha una struttura molto diversa, non riscontrabile in una normale giunzione. Vogliamo dunque, tenendo conto di ciò, trovare il modello statico di un transistor bipolare.

Modello statico del transistor bipolare

$I_E(V_{BE}; V_{BC})$ } le due equazioni da
 $I_E(V_{BE}; V_{BC})$ } ricavare

NPN
 PNP

Inoltre sappiamo che

$$I_B = -I_C - I_E$$

Quindi, ricavate le prime due, il modello statico sarà completo.

Come nel caso della giunzione p-n, possiamo considerare, al posto delle correnti lontane dalle giunzioni, le condizioni iniziali delle correnti di diffusione:

$$I_E = I_{p,diff}(-x_E) + I_{n,diff}(0)$$

Studiando la caratteristica statica della giunzione p-n, avremmo fatto lo stesso ragionamento. Usando le espressioni dei portatori già note nel transistor, otteniamo:

$$I_E = A_E (-q) D_p \left. \frac{dp_n'(x)}{dx} \right|_{x_E} + A_E (+q) D_n \left. \frac{dn_p'(x)}{dx} \right|_0$$

$$= \frac{-A_E q D_p n_i^2}{N_{DE} L_p} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T} - 1} \right) \cdot (-1) + \frac{A_E q D_n n_i^2}{N_{DB} L_n} \frac{\cosh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

$$\cdot \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T} - 1} \right) + \frac{n_i^2 A_E q D_n}{N_{DB} L_n} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T} - 1} \right) \frac{\cosh\left(\frac{x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

Piccolizzando l'espressione:

$$I_E = \left(\frac{-q A_E D_p n_i^2}{N_{DE} L_p} + \frac{-q A_E D_n n_i^2}{N_{DB} L_n} \coth\left(\frac{W_B}{L_n}\right) \right) \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T} - 1} \right) + \frac{q A_E D_n n_i^2}{N_{DB} L_n \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T} - 1} \right)$$

Del tutto analogamente, si ricava che:

$$I_C = \frac{q A E D_n}{L} \cdot \left. \frac{\partial p'(x)}{\partial x} \right|_{x=0} + \frac{-q A E D_p}{L} \cdot \left. \frac{\partial p'(x)}{\partial x} \right|_{x=L}$$

$$= A E q D_n \frac{n_1^2}{N_{A0}} \cdot \frac{L}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} \cdot \left(-\frac{L}{L_n}\right) \cdot \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) + A E q D_n \frac{n_1^2}{N_{A0}} \frac{\cosh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

$$\cdot \frac{L}{L_n} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right) + \frac{q A E D_p n_1^2}{N_{A0} L_p} \cdot L \cdot \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right)$$

$$I_C = \frac{q A E D_n n_1^2}{N_{A0} \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right) L_n} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) + \left(\frac{-q A E D_n n_1^2}{N_{A0} L_n} \coth\left(\frac{W_B}{L_n}\right) + \frac{-q A E D_p n_1^2}{N_{A0} L_p} \right) \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right)$$

Confrontando le due espressioni, vediamo che esse, ossia il modello statico del transistor bipolare, presentano tra loro alcune similitudini. Esse costituiscono il modello statico di Ebers-Moll.

Equazioni di Ebers-Moll

$$I_E = a_{11} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) + a_{12} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right)$$

$$I_C = a_{21} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) + a_{22} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right)$$

Dove i quattro coefficienti in gioco sono:

$$a_{11} = \frac{-q A E D_p n_1^2}{N_{A0} L_p} - \frac{q A E D_n n_1^2}{N_{A0} L_n} \coth\left(\frac{W_B}{L_n}\right)$$

$$a_{12} = \frac{q A E D_n n_1^2}{N_{A0} L_n \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

$$a_{21} = \frac{q A E D_n n_1^2}{N_{A0} L_n \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

$$a_{22} = \frac{q A E D_n n_1^2}{N_{A0} L_n \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} \coth\left(\frac{W_B}{L_n}\right) - \frac{q A E D_p n_1^2}{N_{A0} L_p}$$

Si noti che questo modello risulta essere corretto a meno di una variazione di W_B (che abbiamo ipotizzato coincidente con la distanza tra le due zone di svuotamento nella base).

Si noti che il modello trascura dunque l'effetto delle tensioni sulla lunghezza del lato di base $q W_B$.

Si noti però un'altra cosa: abbiamo iniziato a sviluppare questo modello considerando $V_{BE} > 0$, $V_{BC} < 0$; abbiamo però ricavato equazioni valide indipendentemente dalle due tensioni (a meno di particolari fenomeni quali rottura delle giunzioni), esattamente come nello studio del diodo a giunzione: avevamo infatti al tempo considerato la giunzione in stato di polarizzazione diretta, ma ottenuto equazioni valide anche per la polarizzazione inversa. Siamo dunque in grado di studiare, mediante le equazioni di Ebers-Moll, qualsiasi coppia di tensione V_{BE}, V_{BC} . Analizziamo singolarmente tutte le possibilità:

- $V_{BE} > 0, V_{BC} < 0$: è la zona che abbiamo sinora studiato: il transistor provoca fenomeni di guadagno della corrente, regolati dai vari coefficienti $\gamma_F, \alpha_F, \beta_F$, dove la F vuol dire "forward", ossia italianizzando "diretta": la regione, che è quella in cui il transistor fornisce meglio visione del proprio effetto, è detta "regione attiva diretta".

- $V_{BE} < 0, V_{BC} > 0$: di fatto, il collettore diventa un emettitore, e l'emettitore un collettore. Sostanzialmente però, il significato, il funzionamento non cambia. Un transistor però è costruito in modo da essere maggiormente drogato nell'emettitore, dunque di fatto ci sarà un guadagno β_F , ma inferiore a β_F . Essa è la regione attiva inversa.

- $V_{BE} < 0, V_{BC} < 0$: nella base la polarizzazione inversa V_{BE} non farà arrivare elettroni, e dunque la corrente principale sarà bloccata sul nascere. Questa zona è detta "zona di interdizione", e il transistor non fa passare corrente, è off.

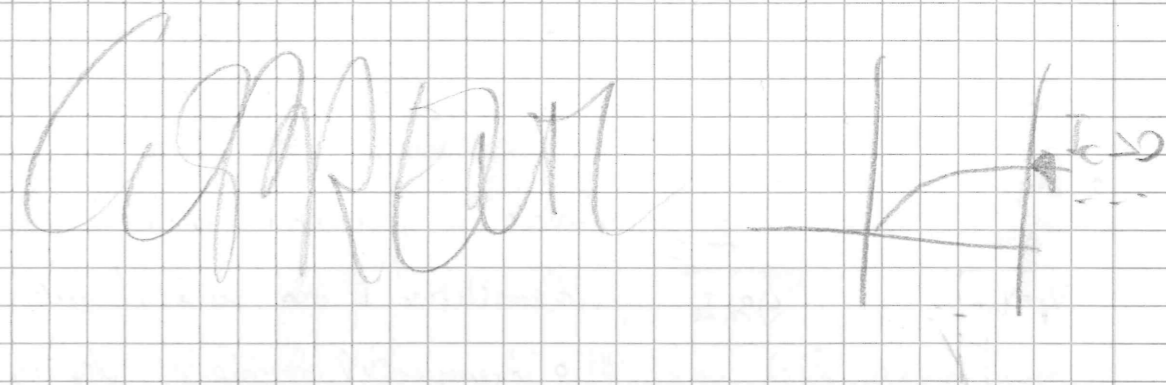
- $V_{BE} > 0, V_{BC} > 0$: essa è la regione di saturazione, ed è la più difficile da studiare. Entrambe le giunzioni sono polarizzate direttamente, ma in questo caso esistono due possibilità ulteriori:

- $V_{BE} > V_{BC}$: il diagramma a bande ricade quello della zona diretta attiva, senza guadagni. Poiché la tensione di BE è superiore a quella di BC, l'iniezione in base dalla parte dell'emettitore partirà "più in alto", e cioè a potenziale maggiore, rispetto a quella che ci sarà dal lato del collettore.

- $V_{BC} > V_{BE}$: il caso di primo: il potenziale base-collettore è maggiore di quello emettitore-base, quindi l'iniezione andrà da "potenziale ~~minore~~ ^{maggiore}" a ~~minore~~ ^{maggiore}. Esiste un β (guadagno) minimo, ma essendo l'effetto transistor così basso, invertito, non avrebbe senso.

Riassumendo:

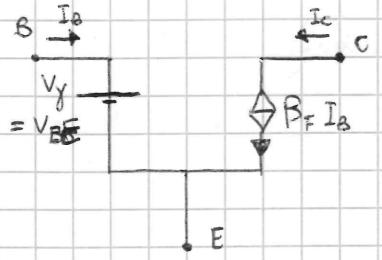
- In regione attiva (diretta o inversa, preferibilmente si usa quella diretta) si ha un guadagno in corrente definibile e costante. Il transistor in questo ambito è un amplificatore
- In zona di interdizione o di saturazione il transistor si usa, rispettivamente, come interruttore off e on. La prima elettronica digitale si faceva proprio mediante transistor BJT, poi sostituiti da modelli più efficaci quali i MOS e i vari FET.



Abbiamo parlato delle equazioni di Ebers-Moll, rappresentanti il modello statico del transistor bipolare. Cerchiamo di trarre da esse, semplificandole, in ogni zona, un modello circuitale del transistor bipolare.

Abbiamo 4 regioni da distinguere, nel funzionamento del dispositivo; occupiamoci di ciascuna.

• Regione attiva diretta: $V_{CE} > 0, V_{BE} < 0$

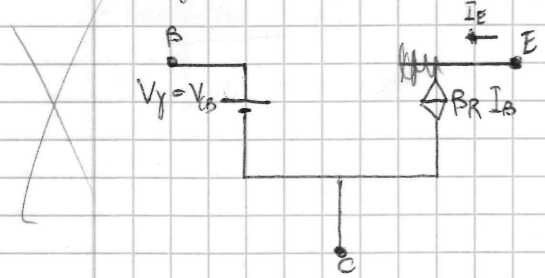


Alliamo in un modo generalizzato base B, collettore C, emettitore E. Sappiamo I_C , e partendo dalla corrente di base I_B , si ha un guadagno.

Un sistema simile è esprimibile mediante un generatore pilotato di corrente $\beta_F I_B$, dove β_F è il guadagno in corrente in regione diretta. Dall'altra parte, consideriamo l'analogia dell'emettitore invertito di portatori, con un diodo ON (e quindi fuso a tensione $V_f = V_{BE}$), ed una resistenza trascurabile se non consideriamo.

ciò deriva da un modello statico preciso ma comunque dotato dello proprio debolone. Analizziamo gli altri stati del transistor:

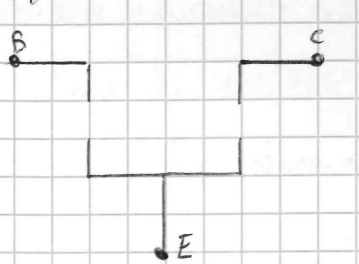
• Regione attiva inversa



Duale al precedente: quello da prima era l'emettitore E ora sarà il collettore C, o viceversa il precedente collettore C sarà l'emettitore E. Il guadagno β_R sarà come già spiegato inferiore a β_F a

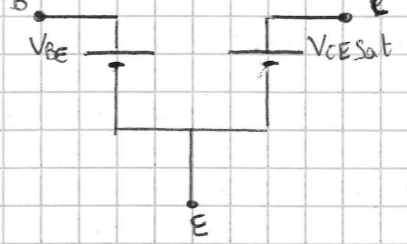
causa dei drogaggi, ma il modello fisico non varia.

• Regione di interdizione



Non vi è contatto tra B, C, ed E, ed il transistor non conduce.

• Regione di saturazione:



alliamo due giunzioni polarizzate direttamente, quindi due diodi ON, con le relative V_f . Una sarà la tensione tra B e C, l'altra tra C ed E.
 $V_{CESAT} = V_{BE} - V_{BC}$

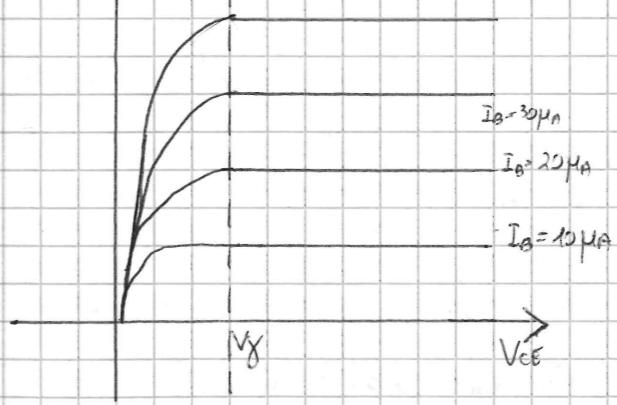
È scartato dire di questi modelli circuitali valgono se e solo se si trovano nelle opportune condizioni di tensione.

ora ci resta da fare: discutere un andamento grafico della caratteristica statica $I(V)$. Per fare ciò dobbiamo prendere alcune

"decisioni": alliamo due correnti e due tensioni da trattare. Di tutte le caratteristiche, scegliamo quella detta "uscita di emettitore comune": $I_C(V_{CE})$. Consideriamo un parametro variabile I_B ,

che fornirà informazioni nell'andamento al variare della corrente di base, grafico.

Graficamente: V_f è la tensione di attivazione della prima giunzione, $V_{CE} = V_{BE} - V_{BC}$. Considerando $V_{BE} \approx V_f, V_{BC} \approx 0$,



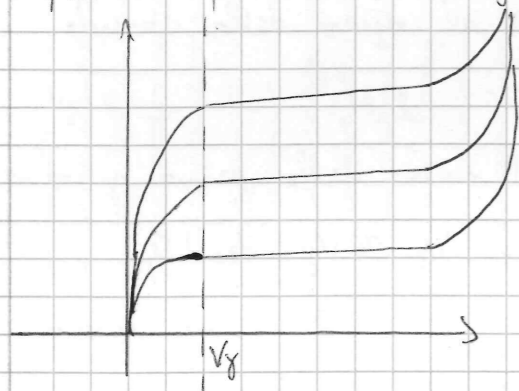
Se $V_{CE} > V_f$, al variare del parametro I_B , la caratteristica statica sarà formata da segmenti paralleli all'asse delle ascisse.

Al variare di V_{CE} , il modello statico non prevede variazioni di I_C .

ciò implicherebbe disporre di un generatore pilotato ideale di corrente; per $V_{CE} < V_f$, sperimentalmente vedremmo un andamento come in figura.

Per $V_{CE} < V_{\gamma}$, vediamo che in determinati punti, di V_{CE} , vi sono diversi valori di I_B che portano, amplificati, allo stesso livello di I_C . Questa zona di tensione è una zona di saturazione; il vero motivo per cui non ha senso stabilire un guadagno β in zona di saturazione, dipende dal fatto che, alla stessa coordinata ($V_{CE}; I_C$), ma cambiando il parametro I_B , passano diverse curve. Poiché $I_C = \beta I_B$, il guadagno non è esprimibile in modo univoco, e non ha senso in tale contesto. Aumentare V_{CE} al di sopra della soglia V_{γ} , interpretando con diagrammi a bande, significa annullare la differenza di livelli di iniezione da E a B, e da B a C, fino a ottenere la caratteristica uscita, a gradiente nullo.

Tutto ciò si fonda però sul modello statico; una misura reale, sperimentale, sarebbe la seguente:



A destra di una certa V_{CE} si verifica un fenomeno di breakdown dello giunzione, le due zone di movimento si toccano, e così si perde il controllo; nella zona che noi abbiamo idealizzato, però, la corrente presenta una pendenza non nulla; ciò implica l'esistenza di una conduttanza parallela al nostro modello idealizzato di generatore; questo effetto della caratteristica è sotto "effetto Early"; per ipotesi, nel costruire il modello statico, abbiamo reso indipendente la zona neutra effettiva della base V_{BE} da una variazione di tensione; in realtà ciò è vero, in quanto l'ampiezza della regione di movimento E-B non risente di V_{CE} , ma quando V_{CE} cresce, V_{BC} diminuisce,

e l'ampiezza della regione di movimento varia notevolmente. Ciò cambia (aumentando) la facilità del passaggio di portatori da E a C passando per B, e quindi man mano che aumenta la tensione V_{CE} , il transistor funzionerà "sempre meglio", aumentando il guadagno in corrente con la tensione.

Esercizio Pratico
Piccola divergenza: dato un transistor bipolare, vale sempre la disuguaglianza:
 $N_{DE} > N_{AB} > N_{DC}$
Vediamo perché:

• $N_{DE} > N_{AB}$: $d_F \rightarrow 1$, quindi abbiamo già sotto le un buon drogaggio migliora l'efficienza di emissione

• $N_{AB} > N_{DC}$: vogliamo aumentare la soglia di tensione che precede fenomeni di breakdown, e così evitare del l'effetto Early ma troppo intenso.

Consideriamo come dati del transistor:

$N_{DE} = 10^{18}$; $N_{AB} = 5 \cdot 10^{16}$; $N_{DC} = 10^{16}$;

$W_B = 0,2 \mu m$; $W_E = 0,5 \mu m$; $A_E = 100 \mu m^2$

1) Si determini il diagramma a bande all'equilibrio (verticale)
2) Supponendo che l'ampiezza della base sia quella all'equilibrio, si valutino $\beta_{FE, DC}$, $\beta_{FE, AC}$

3) Supponendo di avere $V_{BE} = 0,6 V$, $V_{CE} = 1 V$, si valuti il modello di piccolo segnale del BJT

Stimiamo i valori dei lavori di estrazione al fine di studiare le barriere:

$$q\Phi_{Sm+E} \approx q\chi = 4,95 \text{ eV} \quad \left(\text{ipotesi di semiconduttore estremamente drogato, } E_F \approx E_C, q\Phi_{Sm+E} \approx q\chi \right)$$

$$q\Phi_{SpA} \approx q\chi + \frac{E_g}{2} + kT \ln \frac{N_{AB}}{n_i} \approx 5 \text{ eV}$$

$$q\Phi_{SmC} \approx q\chi + \frac{E_g}{2} - kT \ln \frac{N_{DC}}{n_i} \approx 4,26 \text{ eV}$$

$$q\Phi_{BE} = 0,95 \text{ eV}$$

$$q\Phi_{BC} = 0,76 \text{ eV}$$

Studiamo lo spessore delle regioni di modulamento:

$$E-B: \quad x_{dEB} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s \Phi_{iBE}}{q N_{AB}}} = 0,15 \text{ } \mu\text{m}$$

$$x_{dBC} = 0,34 \text{ } \mu\text{m} \quad \left(\sqrt{\frac{2\epsilon_s (\Phi_{BC})}{q N_{Dp}}} \right)$$

Perché

$$\frac{x_{dBC}}{x_{pBC}} = \frac{N_{AB}}{N_{BC}} \Rightarrow x_{pBC} = \frac{1}{6} x_{dBC} \Rightarrow 0,057 \text{ } \mu\text{m}$$

Si noti che la nostra verifica è NEGATIVA!

$$0,15 + 0,057 = 0,207 \text{ } \mu\text{m} > W_B$$

Ciò all'equilibrio il transistor è già in breakdown, poiché le regioni di modulamento si intersecano.

Scegliamo di aumentare W_B da $0,2 \text{ } \mu\text{m}$ a $0,6 \text{ } \mu\text{m}$, avendo così una zona neutra di 103 nm .

$$W_B = 0,6 \text{ } \mu\text{m} \quad (\text{come dato problema})$$

2) Valutiamo i parametri γ_F , τ_F , α_F , β_F

Partiamo dall'efficienza di emettitore γ_F :

$$\gamma_F = \frac{I_{nE}}{I_{nE} + I_{pA}} = \frac{I_{\text{diff}}|_0}{I_{\text{diff}}|_{-xE} + I_{\text{diff}}|_0}$$

Studiamo queste espressioni, precedentemente ricavate!

$$I_{\text{diff}}|_{-xE} = - \frac{q A E D_p n_i^2}{N_{DE} L_p} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

Facciamo fare alcune semplificazioni interessanti: $V_{BE} > 0 \Rightarrow e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \gg 1$;

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

Consideriamo dati dal problema $\tau_p = 100 \text{ ns}$ (draggaggio alto),

$$M_p(N_{DE}) = 150$$

$$L_p = 6 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\text{Ma } W_E = 0,5 \text{ } \mu\text{m} \ll L_p$$

Siamo in ipotesi di emettitore corto; ciò è un bene in un transistor in quanto si riduce la resistenza di accesso all'emettitore; inoltre, possiamo scambiare $W_E \approx L_p$:

$$I_{\text{diff}}|_{-xE} = \frac{-q A E D_p n_i^2}{N_{DE} W_E} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

Costruiamo di alcune semplificazioni anche dall'espressione di $I_{\text{diff}}|_0$:

$$I_{\text{diff}}|_0 = - \frac{q A E D_n n_i^2}{N_{AB} L_n} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \coth\left(\frac{W_B}{L_n}\right) + \frac{q A E D_p n_i^2}{N_{AB} L_n \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

Il secondo termine è trascurabile; nel primo, oltre ad annullare l'1, possiamo fare ragionamenti su W_B :

Ipotesi (dato dal problema) $\beta_n = 248$, $\beta_p = 2200$

$$L_n = 56 \mu\text{m}$$

$$L_n \gg W_B$$

Quindi, $\cosh\left(\frac{W_B}{L_n}\right) \approx 1$; $\sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right) \approx \frac{W_B}{L_n}$

$$I_{\text{diff}}(0) \approx -\frac{q A E D_n n_i^2}{N_{A0} L_n} \frac{W_B}{L_n} = -\frac{q A E D_n n_i^2}{N_{A0} W_B}$$

Prendendo la precedente espressione o sostituendo,

$$\gamma_F = \frac{I_{\text{diff}}(0)}{I_{\text{diff}}(0) + |I_{\text{diff}}(L)|} = \frac{\frac{q A E D_n n_i^2}{N_{A0} W_B}}{\frac{q A E D_n n_i^2}{N_{A0} W_B} + \frac{q A E D_p n_i^2}{N_{D0} W_E}} = \frac{L}{L + \frac{N_{A0} D_p W_B}{N_{D0} D_n W_E}}$$

Da ciò,

$$\gamma_F = 0,9976$$

Abbiamo calcolato il guadagno parziale / efficienza di emettitore mediante una relazione alternativa, fatta partendo da ipotesi semplificative.

Passiamo al calcolo di d_T (fattore di trasporto):

$$d_T = \frac{I_{\text{diff}}(0) - I_{\text{re}}}{I_{\text{diff}}(0)} = \frac{I_{\text{diff}}(W_B)}{I_{\text{diff}}(0)}$$

Abbiamo già approssimato $I_{\text{diff}}(0)$:

$$I_{\text{diff}}(0) \approx -\frac{q A E D_n n_i^2}{N_{A0} W_B} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

Avremo precedentemente visto che:

GUARDARMI
LIBRO PER
PICCI

$$I_{\text{diff}}(W_B) \approx -\frac{q A E D_n n_i^2}{N_{A0} \sinh\left(\frac{W_B}{L_n}\right) L_n} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

Vediamo che il rapporto delle due, $\frac{I_{\text{diff}}(W_B)}{I_{\text{diff}}(0)}$, sarà:

$$\frac{I_{\text{diff}}(W_B)}{I_{\text{diff}}(0)} = \frac{L}{\cosh\left(\frac{W_B}{L_n}\right)}$$

Prendendo al secondo ordine, si ottiene:

$$\frac{L}{L + \frac{L W_B^2}{2 L_n^2}} \Rightarrow d_T = 1 - \frac{W_B^2}{2 L_n^2} = 0,99994$$

$$d_F = \gamma_F d_T = 0,997$$

$$\beta_F = \frac{d_F}{1 - d_F} = 413$$

Proviamo, ragionando in modo diverso su d_T : poniamo imporre il modello a controllo di carica anche nel transistor bipolare.

La concentrazione dei portatori si può infatti linearizzare:

$$n_p'(x) \approx \frac{n_i^2}{N_{A0}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \cdot \frac{L_n}{\frac{W_B - x}{L_n}} = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \left(1 - \frac{x}{W_B}\right)$$

Abbiamo visto ad una retta la distribuzione di carica sfruttando il lato corto.

Perché non lo avevamo fatto in precedenza? Se il gradiente della concentrazione della base fosse lineare, la corrente sarebbe costante.

Ma in un modello a controllo di carica però ci interessiamo all'integrale della concentrazione (come alla carica totale in senso), non al gradiente della carica. Perché siamo inoltre in un caso di una retta, la totale corrente di ricombinazione sarà assimilabile con il basale calcolo di un triangolo (della sua area):

$$Q_n' = \frac{n_1^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \frac{W_B}{2} (-q A_E)$$

$$I_{RS} = \frac{Q_n'}{Z_m} = \frac{n_1^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \frac{-q A_E W_B}{2 Z_m}$$

$$d_f = \frac{I_{Indiff(0)} - I_{RS}}{I_{Indiff(0)}} = 1 - \frac{I_{RS}}{I_{Indiff(0)}} = \frac{2 N_{AB} Z_m}{-q A_E n_1^2 D_n \frac{V_{BE}}{V_T}} = 1 - \frac{W_B^2}{2 L_n}$$

Abbiamo cioè ottenuto lo stesso risultato visto in precedenza.
Si potrebbe addirittura far di meglio, e subito su d_f : partiamo dalle equazioni di Ebers-Moll:

$$I_E = a_{11} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + a_{12} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C = a_{21} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + a_{22} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

Poiché siamo in regime attivo diretto, $V_{BC} < 0$, e i termini di segno trascorrono:

$$I_E \approx a_{11} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}; \quad I_C \approx a_{21} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

$$I_E \approx \frac{a_{11}}{a_{21}} I_C \implies d_f = - \frac{a_{11}}{a_{21}}$$

3) Supponendo di avere $V_{BE} = 0,6V$, $V_{CE} = 2V$, [$V_{BC} = 0,6 - 1 = -0,4V$],
si adotti il modello di piccolo segnale del BJT.
Useremo quello che viene detto "modello piccolo segnale semplificato", molto simile a quello comunemente in uso in strutture MOS.

Nella RAD, I_E dipende molto da V_{BE} , ed I_C è:

$$I_C = -d_f I_E$$

Il modello di piccolo segnale si basa su piccole variazioni di tensione; per analizzare la variazione di corrente I_C , varremo la corrente di

la molecola, V_{BE} (si discuterà di ciò).

Abbiamo nel BJT un dispositivo che dal "mondo esterno" si vede come un diodo, ed un collettore che "racoglie la corrente".

Cominceremo a partire dalle equazioni di Ebers-Moll,

$$I_C(V_{BE}; V_{CE}) \approx I_C(V_{BE})$$

$$I_C = a_{21} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \quad \left[\text{si trascura l'effetto Early} \right]$$

V_{CE} , essendo noi in RAD, è trascurabile.

Linearizziamo il nostro modello, derivando I_C rispetto a V_{BE} :

$$\frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \Big|_{V_{CE,op}} = \frac{a_{21}}{V_T} e^{\frac{V_{BE,op}}{V_T}}$$

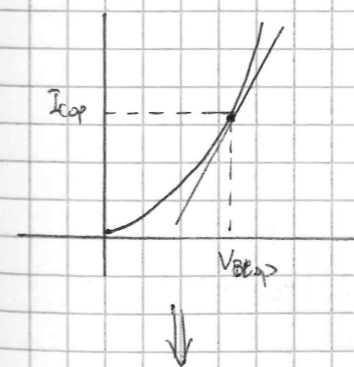
Definiamo come corrente del punto di lavoro $I_{C,op} \hat{=} \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \Big|_{V_{BE,op}}$

Essendo noi in un modello di piccolo segnale, modificando infinitesimamente $V_{BE,op}$ con un piccolo segnale v_{be} , vediamo ciò:

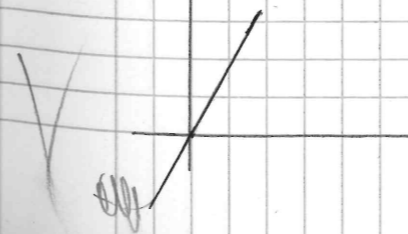
$$\frac{I_{C,op}}{V_T} = g_m$$

Moltiplicando g_m per il piccolo segnale v_{be} , si ottiene la i_c .

Ciò ricorda molto una resistenza:



Togliendo gli offset $V_{BE,op}$ (e quindi $I_{C,op}$) avremmo una retta; ciò ci farebbe parlare di resistenza, se non fosse che V_{BE} modula indirettamente I_C ; si parla quindi di g_m come "transconduttanza", poiché v_{be} è un "pilota", non un "agente diretto": v_{be} non "provoca" direttamente I_C .

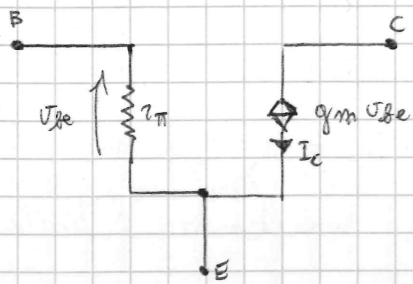


ci manca un altro parametro: ciò che collega B base a E emettitore. Questa è semplicemente la resistenza di giunzione, che modifica I_B con il variare di V_{BE} . Questa volta V_{BE} varia direttamente I_B , mediante la "resistenza" di giunzione, e quindi è veramente una resistenza:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta_F} \Rightarrow \frac{1}{\beta_F} \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \Big|_{V_{BE,op}} = \frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}} \Big|_{V_{BE,op}} = \frac{g_m}{\beta_F}$$

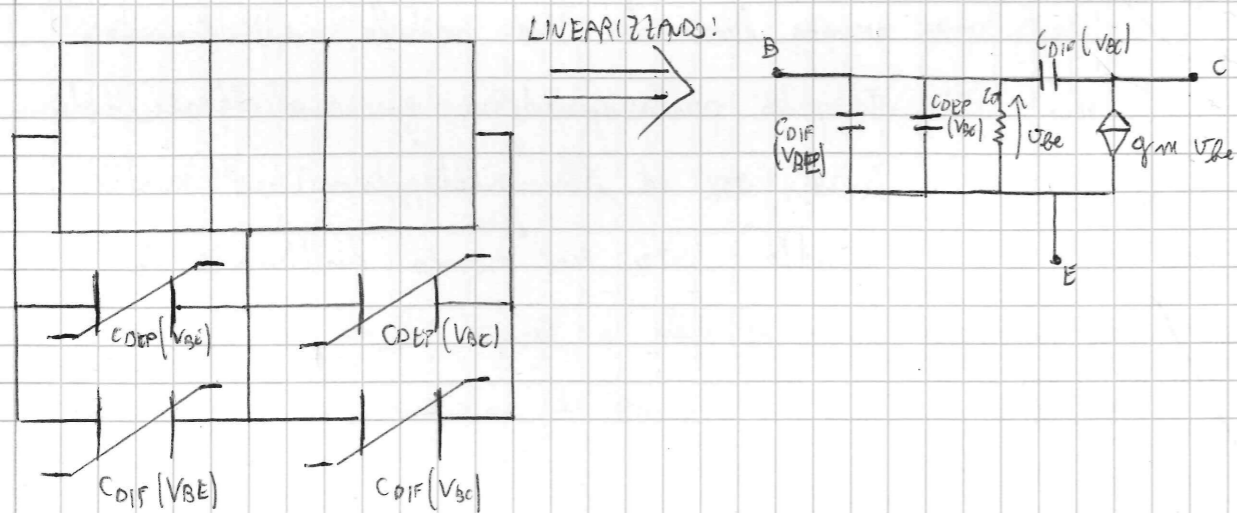
$$r_{\pi} = \frac{\beta_F}{g_m}$$

Il modello di piccolo segnale sarà:



Dirigiamoci, accennando al modello di ampio segnale del BJT: consideriamo il fatto che ci troviamo in una doppia giunzione: dobbiamo considerare dunque le capacità di momento e di diffusione delle giunzioni.

$V_{BE} \gg 0$; $V_{BC} \ll 0$; quindi $C_{DIF}(V_{BC}) \approx 0$ perché siamo in zona di polarizzazione indiretta della giunzione, e possiamo trascurarla a priori. Il modello completo sarà:



Permettiamoci la trattazione del BJT calcolando i parametri lineari dal modello di ampio segnale in quello di piccolo segnale.

$$g_m = \frac{I_{C,op}}{V_T}; \quad I_{C,op} = q_{22} e^{\frac{V_{BE,op}}{V_T}}; \quad q_{22} = \frac{q A_E D_n n_i^2}{L_n N_{AB} \ln\left(\frac{W_B}{L_n}\right)} \approx \frac{q A_E D_n n_i^2}{N_{AB} W_B}$$

$$r_{\pi} = \frac{\beta_F}{g_m}; \quad C_{DEP}(V_{BE,op}) = \sqrt{\frac{q \epsilon_s W_B}{2(I_C - I_{BE,op})}} \quad (N_A \approx N_{Bp}, N_{BE} \gg N_{AB})$$

$$C_{DEP,BC} = \sqrt{\frac{q \epsilon_s W_B}{2(I_C - V_{BC,op})}}$$

Per $C_{DIF}(V_{BE,op})$ possiamo linearizzare la carica totale, poiché siamo in ipotesi di lato corto. Poiché inoltre $N_{BE} \gg N_{AB}$, il contributo di carica di diffusione in base è trascurabile. Calcoliamo dunque nella base B la carica totale come area del triangolo:

$$Q' = Q_p' + Q_n' \approx Q_n' = \int n_p'(x) \left(1 - \frac{x}{W_B}\right) dx = n_p'(0) \int_0^{W_B} \left(1 - \frac{x}{W_B}\right) dx$$

$$Q' = -q A_E n_p'(0) \frac{W_B}{2} = -\frac{q n_i^2 W_B A_E}{2 N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

$$C_{DIF} = \left| \frac{\partial Q'}{\partial V_{BE}} \right| = \frac{q n_i^2 W_B A_E}{2 N_{AB} V_T} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

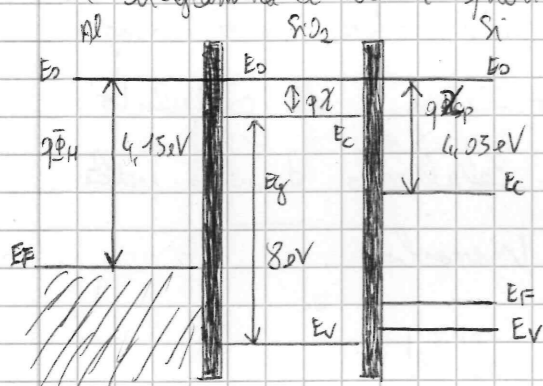
Systemi MOS

Il sistema MOS sta per "Metallo-Ossido-Semiconduttore" (Metal-Oxide-Semiconductor);

- Metalli usati: Alluminio (Al) o Si policristallino molto drogato
- Ossidi: biossido di silicio (SiO_2) [quarzo]
- Semiconduttori: silicio (Si p / Si n)

Consideriamo per ora una struttura formata da Al, SiO_2 , Si p.

Il diagramma a bande fuori dall'equilibrio della struttura sarà:

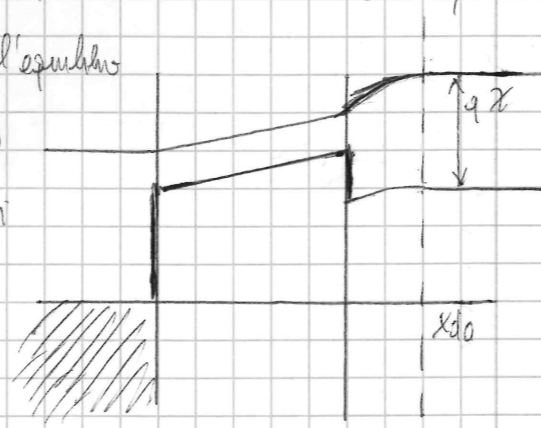


$$E_g(\text{Si}) = 1,12 \text{ eV}; \quad q\phi(\text{Si}) = 4,25 \text{ eV};$$

$$E_g(\text{SiO}_2) = 8 \text{ eV}; \quad q\phi(\text{SiO}_2) = 9,8 \text{ eV};$$

$$q\phi_H = 4,15 \text{ eV};$$

Unendo i tre materiali, i livelli di Fermi tendono a pianificarsi, per tendere ad una condizione di equilibrio. Il problema che fa variare questa situazione rispetto a quella precedentemente studiata è il fatto che l'ossido è un isolante, che impedisce il passaggio di carica al suo interno, a causa del suo enorme gap di energia. Perché si raggiunga l'equilibrio si ipotizza, con le nostre attuali conoscenze, che senza un tempo infinito. Supponiamo che l'equilibrio sia stato raggiunto; il diagramma a bande sarà di questo tipo: (si noti che le proporzioni non sono rispettate)



qPhi ~ qPhi
NOTA: costi calcola
LE BASCHI.

Il metallo a causa della propria natura non può subire modifiche o pieghe; il semiconduttore, poiché ha lavoro di estrazione più elevato, si muove parzialmente, di lacune. Poiché del dielettrico (ossido) sappiamo che esso è in mezzo ai due, poniamo immaginare il sistema ad un condensatore, il cui campo è dunque costante ovunque, ed il potenziale varia intuitivamente in modo lineare.

Qua si è originata dunque? Una struttura dotata di barriere di potenziale: considero infatti E_0 , e $q\phi$ dell'ossido: $E_0 - q\phi = E_c$; ma E_c è discontinuo, e si presenta una discontinuità tipo salto di 3,3 eV (con il metallo), e 3,25 eV (con il semiconduttore).

La barriera tra Si e Al è dunque molto elastica, troppo per permettere un flusso di cariche. Mediante effetti di tunneling, con strati di ossido di pochi angstromi sarebbe possibili transizioni; ma noi consideriamo strati di ossido spessi, $T_{ox} \sim 100$ angstromi (NO TUNNELING).

Cerchiamo di capire meglio cosa capita.

Analisi elettrostatica

Facciamo un primo discorso "semplificato" sullo studio del sistema MOS; alcuni dettagli verranno ripresi in seguito.

Consideriamo, nella nostra convenzione, il punto "0" all'interfaccia ossido-semiconduttore.

Dalle equazioni di Maxwell si può studiare che, in un qualsiasi sistema, il prodotto della costante dielettrica ϵ e del campo elettrico E è una funzione continua (spostamento dielettrico). L'ossido sarà privo di cariche in principio, il semiconduttore p in questione avrà una carica pari a:

$$p = -qNAx_0$$

Il metallo per definizione non avrà eccessi locali di carica; poiché abbiamo però neutralità globale, si può pensare che, in prossimità della interfaccia metallo-ossido, vi sia una δ (delta di Debye) di carica che permette un salto di " $qNAx_0$ " (in modo da neutralizzare la carica globale).

Poiché vale la legge dello spostamento dielettrico:

$$E_{ox} \cdot \epsilon_{ox} = E_s \cdot \epsilon_s(x)$$

Poiché $E_{ox} = 30$, ed $E_s = 11,7$, vi sarà la barriera giustificata: il campo deve presentare una discontinuità; affinché il potenziale sia continuo (ed il prodotto $E \cdot \epsilon$)

$$E_{ox} = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} E_s(x) = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{qNA}{\epsilon_s} x_{do} \quad [\text{Legge di Gauss / Poisson}]$$

Per il potenziale, introduciamo per convenienza la messa a terra:

$$\Phi(+\infty) = 0.$$

$$\Phi = - \int E dx$$

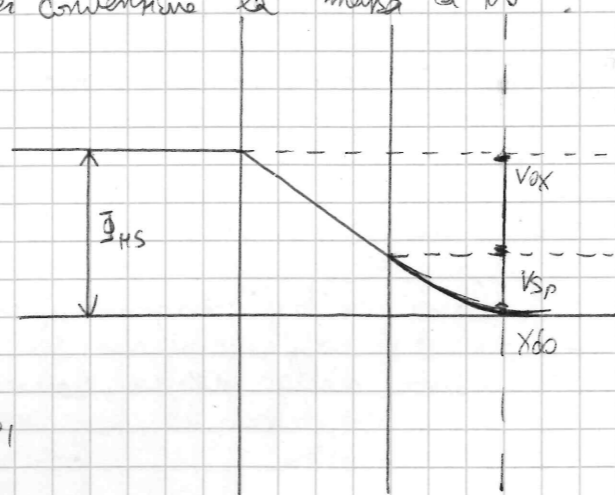
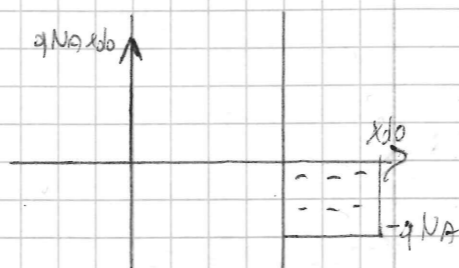
Qualitativamente, il potenziale avrà un andamento del tipo:

Il potenziale tra silicio e metallo,

Φ_{HS} , sarà:

$$\Phi_{HS} = \frac{q\Phi_H - q\Phi_{sp}}{-q} \sim 0,8 / 0,9 V$$

Il potenziale ha due contributi: V_{sp} (zona di svuotamento del semiconduttore, andamento parabolico), V_{ox} (andamento lineare nell'ossido)



Quello che chiamavamo una volta "potenziale di contatto" è Φ_{HS} (anche se non vi è contatto tra metallo e semiconduttore a causa dell'ossido).

Per questo tutto il diagramma a bande, mancano ancora alcuni parametri: x_{do} , V_{sp} , V_{ox} ($V_{sp} \triangleq V_s$ per comodità)

Consideriamo un'equazione alla maglia:

$$\Phi_{HS} = V_{ox} + V_s$$

V_{ox} e V_s possono anche essere espresse come funzioni di x_{do} :

$$V_s = \frac{qNA}{2\epsilon_s} x_{do}^2 \quad (\text{calcolata come area del triangolo})$$

$$V_{ox} = \frac{qNA}{\epsilon_s} x_{do} T_{ox} \quad (\text{area del rettangolo})$$

Si noti che però possiamo dire che:

$$\frac{E_{ox}}{T_{ox}} = C_{ox}$$

Come si può visualizzare lo spazio tra metallo e semiconduttore come un condensatore a facce piane parallele

$$V_{ox} = \frac{qNA x_{do}}{C_{ox}}$$

L'equazione alla maglia, sostituendo, diventa:

$$\Phi_{HS} = \frac{qNA x_{do}}{C_{ox}} + \frac{qNA}{2\epsilon_s} x_{do}^2 \Rightarrow x_{do}^2 + \frac{2\epsilon_s}{C_{ox}} x_{do} - \Phi_{HS} \frac{2\epsilon_s}{qNA} = 0$$

Considerando solo la soluzione positiva dell'equazione in x_{do} :

$$x_{do} = -\frac{\epsilon_s}{C_{ox}} + \sqrt{\left(\frac{\epsilon_s}{C_{ox}}\right)^2 + \frac{2\epsilon_s \Phi_{HS}}{qNA}}$$

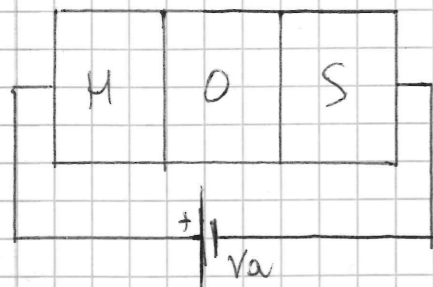
tipicamente, $x_{do} \sim 0,1 \mu m$; Φ_{HS} si ripartisce all'incirca

metà come contributo V_s metà V_{ox} .

Proviamo dire di aver interamente questo il diagramma a bande all'equilibrio.

Cosa accade planando il dispositivo?

Convenzioni: la tensione di riferimento (-) sul silicio, il + sul metallo:



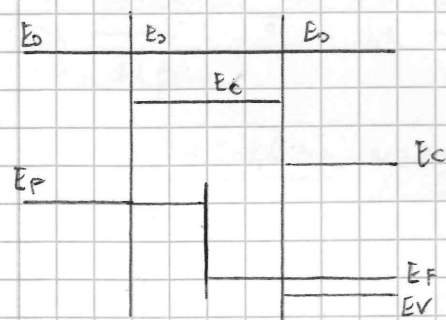
Ciò va peraltro a favore della nostra convenzione sul potenziale.

Abbiamo sostanzialmente due possibilità: $V_a < 0$, $V_a > 0$.

Studiamo $V_a < 0$: dalle nostre attuali conoscenze sappiamo solo che i lati del semiconduttore saranno verso il basso; con $V_a < 0$ i livelli energia dei lati si abbassano rispetto al lato semiconduttore; la curvatura del semiconduttore si ridurrà, e con essa la regione di svuotamento. Per una certa tensione per essere precisi per

$$V_a = -\Phi_{MS}$$

La tensione esterna capovera il potenziale di contatto, il livello di barriera E_0 sarà allo stesso punto per i tre materiali, e quindi Φ_{MS} sarà stato annullato.



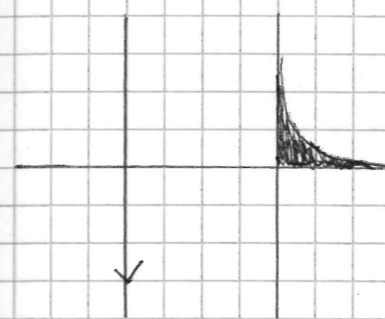
Questa situazione si dice di flatband (banda piatta): il fatto che il metallo separi metallo e semiconduttore impedisce il raggiungimento della situazione della giunzione di non possibile "redduzione" dei livelli,

a causa dell'inevitabile moto di portatori di carica (qui bloccati dall'onda)

Si definisce la tensione di banda piatta

$$V_{FB} \triangleq -\Phi_{MS}$$

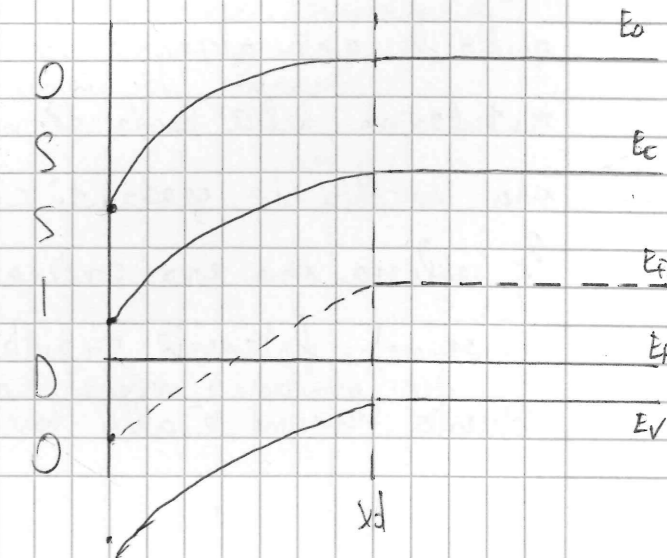
Abbassando ulteriormente la tensione $V_a < V_{FB}$, vi è il "superamento" di E_0 del metallo rispetto a quello del semiconduttore: ciò indurrà una carica positiva nel semiconduttore drogato p (come si vede anche nel diagramma a bande), dando vita ad una regione di accumulo (dual della regione di svuotamento):



Nel metallo vi è una S negativa, causata dall'accumulo di cariche positive nel semiconduttore; si definiscono metodi di studio sugli accumuli, simili agli svuotamenti. ~~CUM~~ ~~ACQUA~~ ~~BRIND~~ ~~BRIND~~

Queste regioni di funzionamento ora come ora non ci riguardano. Consideriamo ora gli effetti di una tensione $V_a > 0$: rispetto all'equilibrio, aumenterà la flessione del livello del semiconduttore, ed il metallo si abbasserà ulteriormente rispetto ad esso. L'ampiezza della regione di svuotamento aumenta progressivamente con V_a . Avverranno però fenomeni molto più interessanti di ciò che può sembrare un semplice aumento della barriera:

Partendo da ed tutto è normale, come all'equilibrio; avvicinandoci all'ossido notiamo che la distanza $E_{F1}(x) - E_c$ diminuisce progressivamente, addirittura con la possibilità di divenire negativa.



Lo studio di $E_{Fi}(x) - E_F$ può indurre a voler usare le equazioni di Shockley:

$$n_p(x) = n_i e^{\frac{E_{Fi}(x) - E_F}{kT}}; \quad p_p(x) = n_i e^{-\frac{E_{Fi}(x) - E_F}{kT}}$$

Sappiamo che, per $x \rightarrow \infty$, $n_p(\infty) \rightarrow n_{p0}$; $p_p(\infty) \rightarrow N_A$.

La distanza varia come già detto solo in regime di smaltimento.

Definiamo il parametro

$$q \Phi_p \triangleq E_{Fi}(\infty) - E_F$$

Se la V_a è abbastanza grande al punto di far sì che:

$$E_{Fi}(0) - E_F = -q \Phi_p$$

Capita che $n_p(0) = p_p(\infty)$.

Cioè si può anche vedere dalle equazioni di Shockley:

$$p_p(\infty) = n_i e^{\frac{q \Phi_p}{kT}}; \quad n_p(0) = n_i e^{-\frac{-q \Phi_p}{kT}} \Rightarrow n_p(0) = p_p(\infty)$$

Questo meccanismo è detto "inversione di popolazione": se $N_A = 10^{19}$, allora nel punto $x=0$ avremo una concentrazione di elettroni in semiconduttore p , $n_p(0) = 10^{19}$.

Perché questa situazione è così interessante?

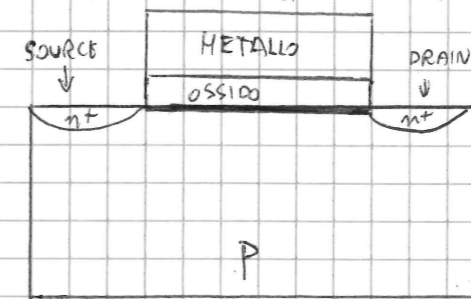
Guardando l'andamento di $n_p(x)$, parliamo di banda di conduzione; quello che capita alzando la tensione V_a , è in pratica una tal modulazione della banda di conduzione, da arrivare a inserirsi in una "nicchia" in grado di contenere un numero enorme di elettroni. Si realizza una zona confinata piena di elettroni (detta zona di inversione), fortemente conduttiva.

Questa tensione è alla base del funzionamento del transistor MOSFET

(Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect-Transistor), regolato da due tensioni:

1) V_{gs} : tensione del gate metallico, con la V_a essa è la tensione che permette la creazione di un canale di elettroni nel semiconduttore

2) V_{ds} : tensione positiva tra Source e Drain (sul source), che crea due zone drogiate n^+ , che permettono, mediante questa tensione, un enorme moto di elettroni.



Se source e il drain sono a contatto con la zona di interfaccia ossido-semiconduttore; gli elettroni scorrono nel canale formato sull'interfaccia a causa di V_{gs} , grazie alla V_{ds} che li muove.

Chiusiamo questa parentesi, per passare ad un'analisi più quantitativa: per poter calcolare eventuali correnti e infatti necessano conoscere la concentrazione complessiva della carica di inversione (di cui noi conosciamo un'espressione puntuale, $\rho(x)$)

Come calcolare questa carica? Possiamo collegarla alla tensione esterna, mediante i modelli matematici di cui disponiamo: equazioni di continuità, equazioni di Shockley, equazioni di Poisson.

Calcolo della carica di inversione.

Sappiamo che

$$\rho(x) = q(p_p(x) - n_p(x) - N_A)$$

Vorremo descrivere in funzione della tensione complessiva del semiconduttore, $p_p(x)$ ed $n_p(x)$.

Partiamo dalle equazioni di Shockley:

$$p_p(x) = n_i e^{\frac{E_{Fi}(x) - E_F}{kT}}; \quad n_p(x) = n_i e^{-\frac{E_{Fi}(x) - E_F}{kT}}$$

Definiamo: $q \Phi(x) \triangleq E_{Fi}(x) - E_F$

$$\Rightarrow p_p(x) = n_i e^{\frac{q \Phi(x)}{kT}}; \quad n_p(x) = n_i e^{-\frac{q \Phi(x)}{kT}}$$

→ in $x=0$,

$$p_p(0) = p_{p0} = n_i e^{\frac{q \Phi_0}{kT}}; \quad n_p(0) = n_{p0} = n_i e^{-\frac{q \Phi_0}{kT}}$$

Ricorriamo da queste, n_i :

$$n_i = p_{p0} e^{-\frac{q \Phi_0}{kT}}; \quad n_i = n_{p0} e^{\frac{q \Phi_0}{kT}}$$

Sostituendo nelle equazioni precedenti:

$$p_p(x) = p_{p0} e^{\frac{q \Phi(x) - q \Phi_0}{kT}}; \quad n_p(x) = n_{p0} e^{-\frac{q \Phi(x) - q \Phi_0}{kT}}$$

Possiamo, per comodità, definire una funzione di studio il potenziale in riferimento a $x=0$ (come la nostra convenzione è solita fare):

$$\Psi(x) = \frac{q \Phi(x) - q \Phi_0}{-q}$$

Potremmo dire che $\Psi(x)$ è il nostro "voltage ideale": fissata la massa in $x=0$, spostandosi sulle x ci fornisce la tensione nel punto x selezionato.

Si noti che $\Psi(0) = V_s$.

Possiamo riscrivere sostanzialmente le equazioni di Shockley:

$$p_p(x) = p_{p0} e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T}}; \quad n_p(x) = n_{p0} e^{\frac{\Psi(x)}{V_T}}$$

~~Numero~~

→ In banda piotta, $\Psi(x) = 0 \forall x$; in inversione, la funzione cresce avvicinandosi all'ossido e un buon modello

Terminano a Ψ :

$\rho(x) = 0$ (perché lontani dalla zona di svuotamento non ci sono cariche accumulate)

Ma:

$$\rho(x) = q(p_p(x) - n_p(x) - N_A) = 0 \Rightarrow p_{p0} - n_{p0} - N_A = 0$$

$$\Rightarrow N_A = p_{p0} - n_{p0}$$

Sostituendo nella densità di carica ρ , otteniamo che:

$$\rho(x) = +q(p_{p0} e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T}} - n_{p0} e^{\frac{\Psi(x)}{V_T}} - p_{p0} + n_{p0})$$

$$\Rightarrow \rho(x) = +q \left[p_{p0} \left(e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T}} - 1 \right) - n_{p0} \left(e^{\frac{\Psi(x)}{V_T}} - 1 \right) \right]$$

Consideriamo l'equazione di Poisson con $\Psi(x)$: il nostro scopo sarà risolvere l'equazione:

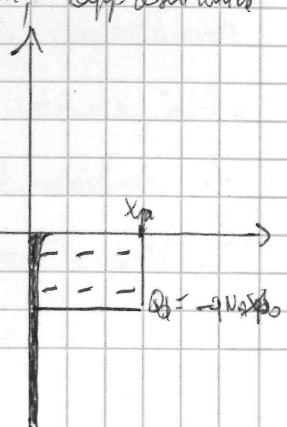
$$\frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_s} \left[p_{p0} \left(e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T}} - 1 \right) - n_{p0} \left(e^{\frac{\Psi(x)}{V_T}} - 1 \right) \right]$$

Vogliamo capire in che situazione ci troveremo in seguito all'integrazione.

Esaminiamo rappresentando qualitativamente carica e campo elettrico: l'effetto della tensione applicata aumenta infatti progressivamente l'ampiezza della zona svuotata; se V_a è però abbastanza positiva, si formerà, interfacciata con l'ossido, una "linguella" di carica, solida alcuni nm, rappresentabile la carica di inversione;

Prendendo un punto $x_0 > x_p$, $\rho(x_0) = 0$, $\Psi(x_0) = 0$.

Possiamo dunque ad applicare la legge di Poisson, e di ottenere il campo integrando la carica ρ :



$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_s} \left(p_{p0} \left[e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T} - 1} \right] - n_{p0} \left[e^{\frac{\Psi(x)}{V_T} - 1} \right] \right)$$

Consideriamo la seguente sostituzione: $y = \frac{d\Psi}{dx}$; $dy = \frac{d^2 \Psi}{dx^2} dx$

Il primo membro diventerà:

$$y dy \Rightarrow \int_{-E(x_0)}^{-E(x)} y dy = \frac{y^2}{2} = \frac{(-E(x))^2}{2} \quad [E(x_0) = 0] \quad \text{SEMICONDUZIONE DEBOLLE}$$

Al secondo membro invece avremo:

$$\int_{\Psi(x_0)}^{\Psi(x)} -\frac{q}{\epsilon_s} \left(p_{p0} \left[e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T} - 1} \right] - n_{p0} \left[e^{\frac{\Psi(x)}{V_T} - 1} \right] \right) d\Psi =$$

$$= -\frac{q}{\epsilon_s} \left[p_{p0} \left(-V_T e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T} + V_T} \right) - p_{p0} \Psi(x) - n_{p0} \left(V_T e^{\frac{\Psi(x)}{V_T} - V_T} \right) + n_{p0} \Psi(x) \right] =$$

$$= -\frac{q}{\epsilon_s} \left[p_{p0} V_T \left(1 - e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T}} \right) + n_{p0} V_T \left(1 - e^{\frac{\Psi(x)}{V_T}} \right) + \Psi(x) (n_{p0} - p_{p0}) \right] = \frac{(-E(x))^2}{2}$$

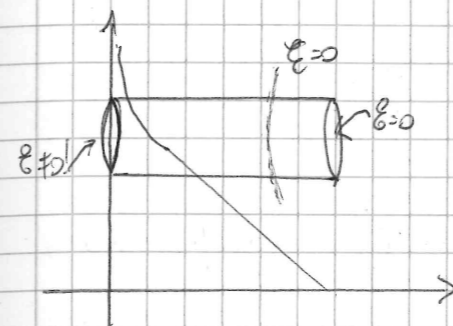
Abbiamo ottenuto un risultato molto importante: abbiamo espresso il campo elettrico $E(x)$ in funzione del potenziale $\Psi(x)$:

$$E(x) = \pm \sqrt{\frac{2q}{\epsilon_s} \left[p_{p0} V_T \left(1 - e^{-\frac{\Psi(x)}{V_T}} \right) + n_{p0} V_T \left(1 - e^{\frac{\Psi(x)}{V_T}} \right) + \Psi(x) (n_{p0} - p_{p0}) \right]}$$

Si noti però un fatto: in precedenza, avevamo già calcolato il campo nel punto $x=0$; sfruttando le nostre competenze elettrostatiche nello studio di un semiconduttore. In effetti, questo era insufficiente: lo studio elettrostatico che abbiamo precedentemente affrontato non considerava infatti la "linguetta", o sia la carica di inversione. Questa avrà invece una certa influenza, poiché essa provocherà un picco, in un intorno del punto $x=0$, del campo E .

Effettuiamo ora una applicazione del teorema di Gauss allo studio elettrostatico opera fatto: se appoggiamo un cilindro sull'ossido,

vedremo che: sulla superficie laterale, e sulla base non appoggiata



sul lato, il campo E è 0; l'unica zona a campo non nullo di fatto è la base tangente all'ossido.

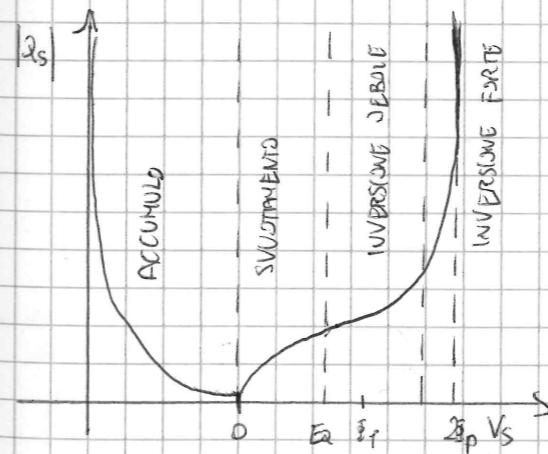
Applicando il teorema di Gauss, potremo dunque affermare che:

$$Q_{tot} = -E(0) \cdot \epsilon_s$$

Q_{tot} è una funzione della carica totale nel semiconduttore, in funzione di V_s , ricordando che abbiamo precedentemente definito $V_s = \Psi(0) \cdot V_{desimo}$ dunque calcolare il campo in 0, otterremo:

$$E(0) = f(\Psi(0)) = f(V_s) = \pm \sqrt{\frac{2q}{\epsilon_s} \left[p_{p0} V_T \left(1 - e^{-\frac{V_s}{V_T}} \right) + \Psi(x) (n_{p0} - p_{p0}) + n_{p0} V_T \left(1 - e^{\frac{V_s}{V_T}} \right) \right]}$$

Vedendo $E(0)$, vediamo che Q_{tot} è una funzione della tensione V_s . Rappresentiamo dunque l'andamento del modulo di Q_{tot} (che daremo in avanti chiameremo solo Q_s):



Se $V_s = 0$, ci troviamo in zona di banda piatta. Quando $V_s < 0$, siamo in regione di accumulo; all'equilibrio, quando $V_s \approx 0,5 V$ (ora metà della "barriera di contatto" $q\phi_{ms}$), il semiconduttore è in equilibrio. $V_s > 0$, quindi il campo $E \propto \sqrt{V_s}$ (come si vede da prima); la V_s perturba poi attiva gli esponenziali, che introducono l'inversione. Dal grafico vediamo che, ad una certa V_s , l'andamento "verticale" "blocca la tensione", poiché oltre di un certo valore, si avrebbe una Q_s elevatissima.

La tensione "bloccata" è $V_s = 2\Phi_p$. Questa è l'informazione fondamentale del grafico: il semiconduttore blocca la propria tensione in $V_s = 2\Phi_p$.

Dall'andamento del grafico possiamo affermare che se un sistema MOS entra in stato di forte inversione (SI: strong inversion), possiamo considerare costante la V_s , e uguale a $2\Phi_p$. Questo accade perché, fino ad un certo limite, ($2\Phi_p$) il semiconduttore riesce a "prendere metà della tensione" (metà della tensione di barriera sarà di V_s , l'altra metà sarà di V_{ox}); in strong inversion, tutta la tensione andrà sull'ossido, che da buon dielettrico è in grado di "regalare".

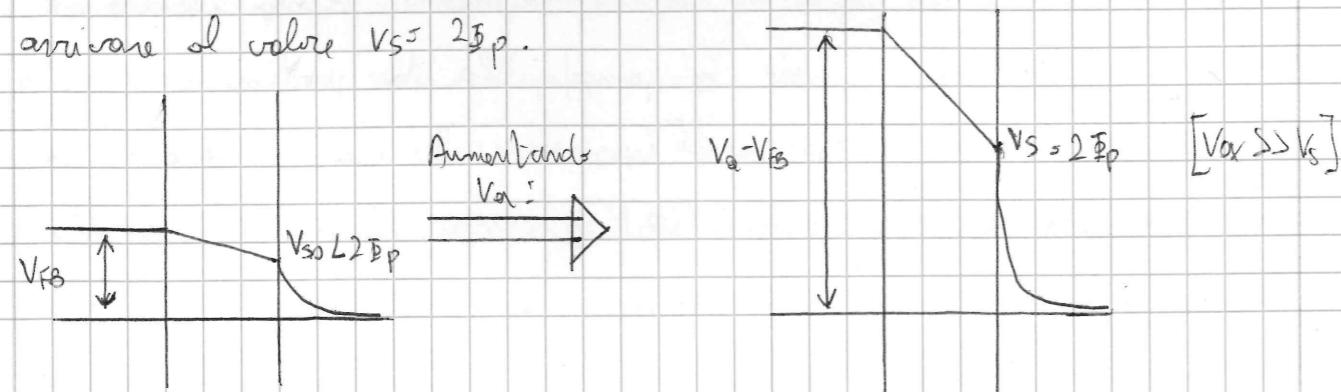
Parliamo continuamente di V_s , ma vorremmo sapere come studiarla, al variare della tensione applicata al gate, la V_a esterna.

Infatti, abbiamo finora fatto studi su tensioni interne al dispositivo, ma non abbiamo alcuna considerazione con ciò che capita al di fuori di esso.

Determinazione tensione di soglia di un sistema MOS

Vogliamo studiare la tensione di soglia nominale, cioè la minima tensione che porta il MOS in strong inversion.

L'idea che possiamo sfruttare è la seguente: studiare la distribuzione delle tensioni in un MOS partendo dal punto di equilibrio, per arrivare al valore $V_s = 2\Phi_p$.



Vediamo graficamente ciò che abbiamo prima detto: al di sopra di una certa tensione, il semiconduttore non è più in grado di far "crescere" V_s (secondo il grafico precedente), e dunque V_a andrà a ripartirsi tutta sull'ossido, e $2\Phi_p$ sul semiconduttore.

Scriviamo un'equazione alla maglia di questo dispositivo:

$$V_a - V_{FB} = V_{ox} + V_s$$

Ciò è vero in stato diverso dalla strong inversion: in stato di strong inversion, infatti, $V_s = V_{si} = 2\Phi_p$:

$$V_a - V_{FB} = V_{ox} + 2\Phi_p$$

Da qui:

$$V_{ox} = V_a - V_{FB} - 2\Phi_p$$

Come abbiamo già detto in precedenza, l'ossido funziona come un condensatore con un dielettrico in centro; la carica sul metallo, o di fatto una Q , di carica uguale ed opposta a quella del semiconduttore (per garantire la neutralità globale).

$$Q_F = -(Q_d + Q_m) = C_{ox} \cdot V_{ox} \quad ; \quad Q_b = C_{ox} (V_a - V_{FB} - 2\Phi_p)$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{T_{ox}}$$

Dunque:

$$Q_F = C_{ox} (V_a - V_{FB} - 2\Phi_p) - Q_d$$

Ma Q_d è la carica di inversione, in stato di strong inversion.

Se V_s in strong inversion si blocca in $2\Phi_p$, possiamo dire che si bloccano anche la variazione di ampiezza di regime di smottamento, K_{dsi} :

$$K_{dsi} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s V_s}{q N_A}} \quad V_s = 2\Phi_p$$

In generale, V_S sul semiconduttore è l'area del triangolo del campo elettrico:

$$V_S = \frac{q N_A x_d^2}{2 \epsilon_s}$$

Possiamo dunque dire che la carica di inversione valga:

$$Q_{dSI} = -q N_A x_{dSI} = -\sqrt{2 \epsilon_s q N_A 2 \Phi_p}$$

$$Q_n = -C_{ox} (V_a - V_{FB} - 2 \Phi_p) + \sqrt{2 q \epsilon_s N_A 2 \Phi_p}$$

Calcolo della tensione di soglia

Diamo la definizione precisa di tensione nominale di soglia: V_{TH} .

Saremo abituati a studiare V_{Tn} e V_{Tp} dove n e p si riferiscono alle popolazioni delle regioni di inversione.

" V_T è la tensione V_a applicata ad un sistema MOS porta il sistema in forte inversione pur potendo considerare ancora quasi nulla la carica di inversione"

Cosa vuol dire questa definizione? Partiamo dall'equazione appena ricavata, e proponiamo $Q_n = 0$, ma consideriamo una strong inversion a carica di inversione nulla:

$$V_{Tn} = V_{FB} + 2 \Phi_p + \frac{1}{C_{ox}} \sqrt{2 q \epsilon_s N_A 2 \Phi_p}$$

Questa è la tensione di soglia nominale: il "limite" che separa strong inversion e weak inversion.

Q_n, Q_p
034

Possiamo riscrivere Q_n come:

$$Q_n = -C_{ox} (V_a - V_{Tn})$$

Cosa abbiamo scoperto da ciò? Il sistema MOS è un condensatore particolare: esso richiede una tensione di accensione pari alla tensione di

soglia, V_{Tn} , dopodiché è assimilabile a tutti gli effetti ad una capacità. $(V_{ov} - V_{Tn})$ sarà proprio la tensione del dispositivo.