Irradiazione da aperture

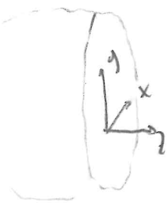
VI

A Ψ (onda sferica) M (momento) della funzione generalizzata

$$\underline{E} = -j\frac{Z_0}{2\lambda}\frac{\exp(-jkR)}{R}\int \underline{J}_{s,t}\exp(jk\underline{r}'\cdot\hat{R})\,dS$$

e $\underline{J}_s$ si "determina" con il th di equivalenza: le correnti sull'apertura saran eq. o campi/correnti sulla superficie.

Come volume di integrazione si usa un piano e la semisfera all'∞ che racchiuda le sorgenti.



Il campo sulla sfera all'∞ è nullo (?), dunque lo calcolo sulla sup piana.

piano: semplice!

$\underline{r}'\cdot\hat{R}$ può essere complicato, x la sup è planare, è solo $x\hat{x}+y\hat{y}$ ($z=0$!)

$\hat{R} = \sin\vartheta\cos\varphi\,\hat{x} + \sin\vartheta\sin\varphi\,\hat{y} + \cos\vartheta\,\hat{z}$ (a memoria)

↳ $\underline{r}'\cdot\hat{R} = x\sin\vartheta\cos\varphi + y\sin\vartheta\sin\varphi$

definisco: $K_x = k\sin\vartheta\cos\varphi$
$K_y = k\sin\vartheta\sin\varphi$

↳ $k\underline{r}'\cdot\hat{R} = K_x x + K_y y$ → trasf. di Fourier!

$$\underline{N} = \underline{P}_e = \int \underline{J}_{s,t}\exp(j(K_x x + K_y y))\,dx\,dy = \mathcal{F}_2\{\underline{J}_s\}$$

Scalarizzare il problema.

$\underline{J}_s = 2\hat{z}\times\underline{H}_s$ (per il th di eq)

introduco:
$g_x = \mathcal{F}\{H_x\}$
$g_y = \mathcal{F}\{H_y\}$

$\underline{E} = E_\vartheta\hat{\vartheta} + E_\varphi\hat{\varphi}$ dove
$$\begin{cases} E_\vartheta = 2A\Psi\cos\vartheta(g_x\sin\varphi - g_y\cos\varphi) \\ E_\varphi = 2A(g_x\cos\varphi + g_y\sin\varphi) \end{cases}$$

Componenti secondo φ e ϑ!

DIMOSTRA!

Usando le correnti magnetiche $\underline{M}$, dunque a partire da $\underline{E}_s$:

$P_{x,y} = \mathcal{F}\{(E_{x,y})_s\}$ trasf. di Fourier del campo superficiale equivalente.

$$↳\begin{cases} E_\vartheta = \dfrac{j}{\lambda}\dfrac{\exp(-jkR)}{R}(P_x\cos\varphi + P_y\sin\varphi) \\ E_\varphi = \dfrac{j}{\lambda}\dfrac{\exp(-jkR)}{R}\cos\vartheta(P_y\cos\varphi - P_x\sin\varphi) \end{cases}$$

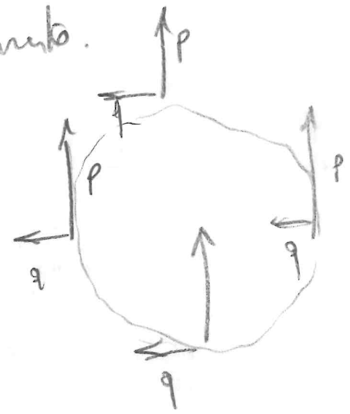
NON si usano le componenti secondo ϑ e φ: E_ϑ e E_φ son poco utili.

$\hat{\vartheta}$ è radiale, $\hat{\varphi}$ è tangente

Non c'è una pol. di riferimento.

Non c'è la pol. lineare! $\hat{\vartheta}$ e $\hat{\varphi}$ van dove vogliono.

Non si possono prendere $\hat{\vartheta}$ e $\hat{\varphi}$ come versori di pol. di riferimento.



Si usa:

$\hat{p} = \cos\varphi\, \hat{\varphi} + \sin\varphi\, \hat{\vartheta}$; sempre diretto verticalmente!

$\hat{q} = \sin\varphi\, \hat{\varphi} - \cos\varphi\, \hat{\vartheta}$

↳ andiamo a cercare le componenti secondo $\hat{p}$ e $\hat{q}$!

	$\varphi = 0$	$\varphi = \pi/2$
↳ E_p:	$f_y \cos\vartheta$	f_y
E_q	$-f_x$	$-f_x \cos\vartheta$

questo, per i piani principali (le esp. definitive son complesse).

E sui piani diagonali? $E_p: \frac{1}{2}[f_y(1+\cos\vartheta) + f_x(1-\cos\vartheta)]$ — 45°.

Semplificazioni

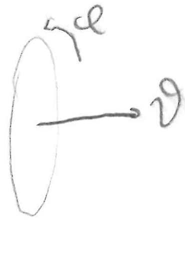
Raccogliendo, si può trovare ciò: data pol. lineare,

$$\underline{E} = \frac{j}{\lambda} \frac{\exp(-jkR)}{R} [f_1 \cos\varphi\, \hat{\varphi} + f_2 \sin\varphi\, \hat{\vartheta}]$$

f_1 e f_2 son combinazioni delle tr. di f_x e f_y.

Se le distr. di campo son simmetriche, in buona approx. f_1 e f_2 son indipendenti da φ. Solo in ϑ!

Guadagno di un'apertura



$$D \approx G = \frac{4\pi}{\int g(\vartheta,\varphi) \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi}$$

teorico + semplice: $G(0) \approx D(0) = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left|\int E_s dA\right|^2}{\int_A |E_s|^2 dA}$

$$G(\vartheta,\varphi) = \frac{\frac{dP}{d\Omega}}{\frac{P}{4\pi}} \rightsquigarrow$$

calcolo l'integrale attraverso una sup. finita.

$$\frac{dP}{d\Omega} = R^2 \frac{dP}{dS} = R^2 \frac{|E(P)|^2}{Z_0} =$$

$E(P)$ è l'int. di irradiazione, la $\Im$!

La dir. di max irradiazione è l'asse: calcoliamo solo sull'asse!

$\iint E(x,y) \exp(j(k_x x + k_y y))\, dx\, dy$ sull'asse, $\vartheta = 0$: il prodotto scalare va a 0! $\to \int_A E_a dA$

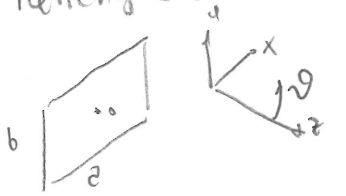
V3

$$\frac{dP}{d\Omega} = R^2 \left|\frac{1}{\lambda R}\right|^2 \left|\iint_A E_A \, dA\right|^2 \frac{1}{Z_0} \quad ; \quad \frac{4\pi \, dP/d\Omega}{P_{in}}$$

$L \to D = \ldots$

Irr. di aperture 2

Rettangolari:

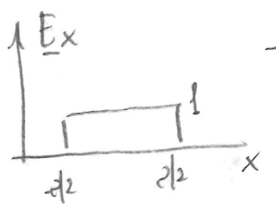


l'integrale, dopo equivalenza etc., si fa solo sull'apertura:

$$\int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} E_{x,y} \exp(j(K_x x + K_y y))\, dy\, dx \equiv f \qquad [f = \mathfrak{F}_2()]$$

ipotesi: separabilità delle variabili!

Ill. uniforme:



$\xrightarrow{\mathfrak{F}}$ sinc(x)! $L \to a \frac{\sin(ua/2)}{ua/2}$ $u = K\sin\vartheta$ piano H $u = \sin\vartheta\cos\varphi$, $\varphi = \phi$!

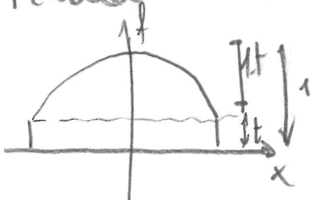
Nota: $\vartheta_{3dB} \simeq \vartheta_0$; questo è un risultato generale
son simili

Tapering: "stringo l'illuminazione", "allargo" il lobo principale, riduco G perché ho + energia nel lobo (la prendo dai lobi!)

$$t = -10 \log_{10}\left(\frac{E(a/2)}{E(0)}\right) \quad \frac{\text{comp ai bordi}}{\text{comp in } 0}$$

di solito

Parabola su piedistallo:



$$\boxed{f(x) = (1-t)(1-x^2) + t}$$

Errori di fase:

$E(x) = E_0(x)\exp(-j\phi(x))$ $\phi(x)$ è l'errore di fase sull'apertura!

lineare: $\vartheta_{max} = \sin^{-1}\left(\frac{\alpha\lambda}{\pi a}\right)$ (un poco di distorsione! traslazione non lineare da $\frac{\alpha\lambda}{\pi a}$ all'angolo!

$\to$ distorsione in ascisse: allargamento dei lobi secondari, ma livelli sempre uguali

Irrad. da apertura - parte 3

VL

$$\iint F(x,y)\, \exp[j(K_x x + K_y y)]\, dx\, dy$$

passo in c. cilindriche!

$\rho\, d\rho\, d\varphi' = dx\, dy$; $\begin{cases} K_x = K \sin\vartheta \cos\varphi \\ K_y = K \sin\vartheta \sin\varphi \end{cases}$; $\begin{cases} x = \rho \cos\varphi' \\ y = \rho \sin\varphi' \end{cases}$

$\hookrightarrow K_x x + K_y y = K \sin\vartheta (\cos\varphi \cos\varphi' + \sin\varphi \sin\varphi') = K \sin\vartheta \cos(\varphi - \varphi')$

$\hookrightarrow \exp[j(K \rho \sin\vartheta \cos(\varphi - \varphi'))]$ trasf. di Fourier su un cerchio in coord. polari.

$\int_0^a \longrightarrow r = \frac{\rho}{a}$ $u = Ka \sin\vartheta$

$\hookrightarrow a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^1 F(r, \varphi') \exp[j u r \cos(\varphi - \varphi')]\, r\, dr\, d\varphi' = f(u, \varphi)$ questo NON è a v. separabili

Se si ha simmetria in φ,

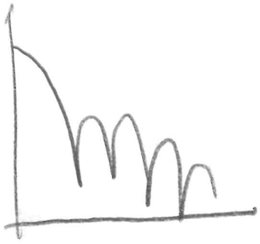
$f(u) = 2\pi a^2 \int_0^1 F(r)\, J_0(ur)\, r\, dr$

$\hookrightarrow$ risultato dell'integrazione in φ'

min. 10 Me ordine di +

$\hookrightarrow$ Trasformata di Fourier-Bessel

Se $F(r) = 1$, $\rightsquigarrow$ $\boxed{f(u) = 2\pi a^2 \frac{J_1(u)}{u}}$ se $u = 0$, $J_1 = 0$, e in realtà la sing. è eliminabile.



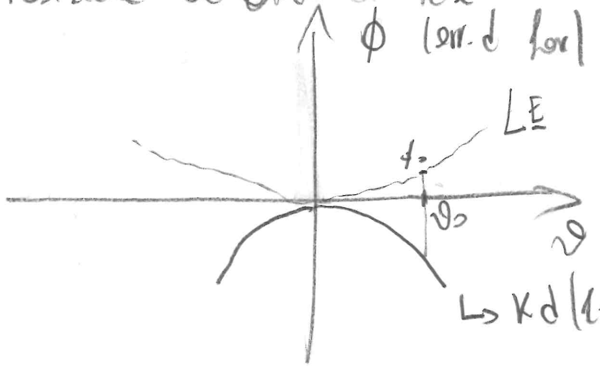
questa è $\frac{J_1}{u}$; disc. eliminabile!

la funzione "da tapering", di illuminazione, è:

$F(r) = (1 - r^2)^p$ "parabola elevato potenza".

$\hookrightarrow f(u) = \pi a^2\, 2^{p+1}\, p!\, \frac{J_{p+1}(u)}{u^{p+1}}$ "p" valore di tapering ≥ 1

Posizione del centro di fase



$\hookrightarrow Kd(1-\cos\vartheta) \approx \boxed{Kd\,\frac{\vartheta^2}{2}}$

per un certo ϑ si può chiedere di compensare l'errore di fase LE. Dato ϑ_0 questo angolo, ho ϕ_0: $\rightsquigarrow \frac{Kd}{2}\vartheta_0^2 = \phi_0 \rightarrow \boxed{d = \frac{2}{K}\frac{\phi_0}{\vartheta_0^2}} \Rightarrow \boxed{\frac{d}{\lambda} = \frac{\phi_0}{\vartheta_0^2}}$

Antenne a tromba I

Ipotesi: avere come campo sulla bocca il TE_{10}

$$\underline{E} = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{y}\,\exp(j\phi(x,y))$$

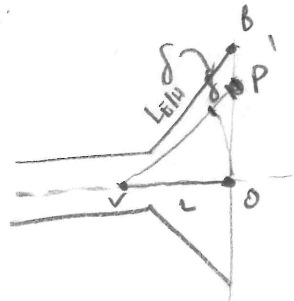
sulla guida troncata ipotizzare solo TE_{10} è azzardato: c'è una riflessione, molti modi superiori!

Suppongo angoli di semiapertura piccoli → err. di fase quadratico

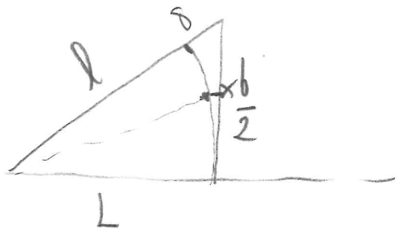
$\hookrightarrow$ δ è l'err. di fase massimo

$\phi(x,y) = \phi$ $\quad \delta = \frac{y^2}{2L_E}$ o $\frac{x^2}{2L_H}$ $\quad L_E \neq L_H$

VOP': $\phi(y) \approx \frac{\pi y^2}{\lambda L_E}$ $\quad \phi_{max} = \frac{\pi b^2}{4\lambda L_E}$



Dimostrazione:



$$L^2 + x^2 = [L + \delta(x)]^2$$

$\hookrightarrow \cancel{L^2} + x^2 = \cancel{L^2} + \cancel{\delta^2} + 2L\delta \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{x^2}{2L}}$

per $x = \frac{b}{2}$, $\boxed{\delta = \frac{b^2}{8L}} = \phi_{max}$ $\quad \lambda/8 \,|\, \lambda/16$ è $\approx \phi$!

Guadagno:

- se $\phi \approx 0 \rightarrow \nu \approx \frac{8}{\pi^2}$, $G_0 \approx 10{,}08 - 10\log \frac{ab}{\lambda^2}$
- se $\phi \neq 0$, $G = G_0 - L_e - L_h$ $\quad L_{e,h}$ perdite dovute agli err. di fase.

$L_e \approx 16\left(\frac{\delta_e}{\lambda}\right)^2$; $L_h = 7{,}2\left(\frac{\delta_h}{\lambda}\right)^2$ $\quad$ tutto in dB.

$\frac{\delta}{\lambda} < 0{,}7$ $\qquad \frac{\delta}{\lambda} < 0{,}6$

V6

Trombe ottime: $\frac{a}{b} \simeq \frac{4}{3}$

↳ $a = \sqrt{3\lambda l_h}$ $\quad$ si può vedere che ciò viene da

$b = \sqrt{2\lambda l_e}$ $\quad$ un errore di fase di $\frac{3}{8}\lambda$ (a) e $\frac{1}{4}\lambda$ (b).