Esercizi da "Note di Antenne" (dispense Orofino) (X1)

Si progetti una tromba in banda Ku (12÷18 GHz), G = 20 dB a 15 GHz, lobo principale simmetrico

Svolgimento

Osservazione: non siam interessati ad aver un particolare angolo di apertura; quindi, possiamo usare la tromba ottima.

Dagli appunti: (2.100)

$$G = 10\left(0{,}808 + \log \frac{ab}{\lambda^2}\right) \Rightarrow ab = 13{,}56\lambda^2$$

Per angolo simmetrico a -3 dB, vedi p. 48, $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$

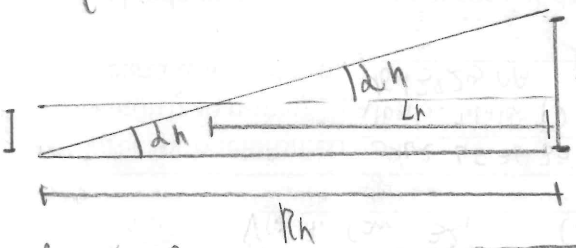
$$\hookrightarrow \begin{cases} ab = 13{,}56\lambda^2 \\ \frac{a}{b} = \frac{4}{3} \end{cases}, \Longrightarrow a = \frac{4}{3}b \Rightarrow \frac{4}{3}b^2 = 13{,}56\lambda^2 \rightarrow b = 3{,}116\lambda;\ a = 4.155\lambda$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} a = 9{,}1\text{ cm} \\ b = 6{,}8\text{ cm} \end{cases}$$

Proseguiamo: in banda Ku si usa la WR62: $\underset{a'}{0{,}622} \times \underset{b'}{0{,}311}$

$$\rightarrow \begin{cases} a' = 15{,}8\text{ mm} \\ b' = 7{,}899\text{ mm} \end{cases};$$

poi, so che, per la tromba ottima, $a = \sqrt{3\lambda l_h}$, $b = \sqrt{2\lambda l_e}$; $s = \frac{b^2}{8\lambda l_E} = \frac{1}{4}$, $t = \frac{a^2}{8\lambda l_H} = \frac{3}{8}$



$$\tan(\alpha h) = \frac{a/2}{R_h} = \frac{a/2 - a'/2}{L_h}$$

$$\hookrightarrow L_h = R_h \frac{a/2 - a'/2}{a/2}$$

$$l_h^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + R_h^2, \quad a = \sqrt{3\lambda l_h} \Longrightarrow l_h = \frac{a^2}{3\lambda} = 13{,}83\text{ cm},$$

$$\hookrightarrow R_h = 13{,}1\text{ cm}; \quad L_h = 10{,}8\text{ cm}$$

Allo stesso modo per il piano E:

$$l_e = \frac{b^2}{2\lambda} = 11{,}67\text{ cm}; \quad R_e = l_e^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 111{,}6\text{ mm}; \quad L_e = R_e\left(1 - \frac{b'/2}{b/2}\right) = 9{,}86\text{ cm}$$

Valuto i guadagni in banda:

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eq} \Longrightarrow G|_{dB} = 10\left(0{,}808 + \log_{10}\frac{ab}{\lambda^2}\right) \Rightarrow \begin{array}{l} @\ 12\text{ GHz},\ G = 18{,}06\text{ dB} \\ @\ 18\text{ GHz},\ G = 21{,}58\text{ dB} \end{array}$$

Riflettore parabolico con $f/D = 0{,}5$, $t = 14$ dB (X2)

È noto che (2.218)

$\hookrightarrow r = 2f \tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \Rightarrow \frac{D}{2} = 2f\tan\left(\frac{\vartheta_M}{2}\right) \Rightarrow \vartheta_m = 2\arctan\left(\frac{D}{4f}\right) = 53{,}13^\circ$.

Posso dunque calcolare dei 14 dB quanti sono di att. spaziale!

$\alpha_s|_{dB} = -40\log\cos\frac{\vartheta_M}{2} = 1{,}938$ dB

$\hookrightarrow$ l'att. del feed deve esser pari a: $\alpha_f = t - \alpha_s = \underline{12{,}1 \text{ dB}}$

Da qui:

$$\alpha_f|_{dB} = 10\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_{10dB}}\right)^2$$

si deve far in modo che, per $\vartheta = 53{,}13^\circ$, $\alpha_f = 12{,}1$ dB; questo permette di determinare l'angolo a 10 dB del feed, e quindi di progettare il feed.

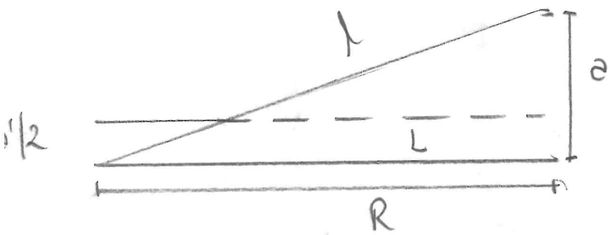
$\Rightarrow \vartheta_{10dB} = 48{,}3^\circ$

Voglio usare un corrugated horn come feed

Ipotizzo banda K_u, dunque $[12 \div 18]$ GHz;

Dalla circolare,

$u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\vartheta$, "a" raggio dell'apertura.



$t = \frac{a^2}{2\lambda l}$; $\vartheta_{-10dB} = 48{,}3^\circ$

$\hookrightarrow$ si può anche (in alternativa) usare Fig (2.40)

$\hookrightarrow$ da figura 2.39, $u \approx 4$

$t = 0{,}125$ o $0{,}25$ (cambia poco)

$\rightarrow$ @ $\bar{f} = 15$ GHz, $\lambda = \frac{3E8}{15E9} = 2$cm; $\rightarrow a = 17{,}05$ mm.

Con la solita goniometria,

$L = R\left(1 - \frac{a'/2}{a}\right)$ $a'/2$ quella della WR62 $\Rightarrow l \Rightarrow 0{,}125 = \frac{a^2}{2\lambda l} \rightarrow l = 38{,}1$ mm;

R noto da (2.40)

Alternativa a ciò: noto t, usare $\boxed{t = \frac{a^2}{2l\lambda}}$ (suggerito)

In realtà, potrei usare 0,25 come t.

Porzo d/L a 0,224 $(a/R) \rightarrow \frac{a}{R} = 0{,}224$; $\Rightarrow R = 76{,}13$ mm;

trovo L, e quindi l. Poi dimensiono i dentini

Calcolo della sezione radar di una sfera metallica

X3

Dalla 2.289:

$$\frac{P_r}{P_T} = G^2(\vartheta) \frac{\sigma(\vartheta)\lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

Si devono soddisfare alcune ipotesi:
- σ costante: no (ϑ)
- potenza scatterata isotropica

Il campo (in modulo) incidente sulla sfera si può calcolare a partire dalla densità di potenza:

$$S_{inc} = |\underline{S}_{inc}| = \frac{P_T G_T}{4\pi R^2} = Y_0 |\underline{E}|^2 \Rightarrow E_{inc} = \sqrt{\frac{Z_0}{4\pi}} \frac{\sqrt{G_T P_T}}{R}$$

Essendo la sfera PEC, $E_r = -E_{inc}$

Posso applicare il modello di ottica geometrica:

$$\frac{1}{\rho_r} = \frac{1}{\rho_i} + \frac{2}{\rho_s \cos\vartheta_i}$$

dove:
$\rho_i = \rho$ incidenza; se l'onda arriva da grande distanza dalla sfera, tutto omogeneo, i raggi sono circa piatti, dunque i raggi delle circonferenze osculatrici ∞: $\rho_i^{-1} \Rightarrow 0$
$\vartheta_i = \pi/2$: incido normalmente

$$\hookrightarrow \frac{1}{\rho_r} = \frac{1}{\rho_s}$$

ρ_r è il raggio della circonferenza osculatrice del raggio riflesso; ρ_s è il raggio della sfera fisica, metallica.

Poi, si ha:

$$|E(\rho)| = |E(s)| \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}} = \sqrt{\frac{\rho_{sfera}}{2R}} |E_{inc}|$$

$$\hookrightarrow |E_{r_2}| = \underbrace{\sqrt{\frac{Z_0}{4\pi}}}_{5,5} \frac{\sqrt{G_T P_T}}{R} \frac{\rho_{sfera}}{2R} |E_{inc}|$$

Si usa l'equivalenza tra P_{rx} come ricavata dall'eq. del radar, e "più classica":

$$P_{rx} = \frac{|E_{r_2}|^2}{Z_0} A_{eq} = \frac{|E_2|^2}{Z_0} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_T = \ldots = G_r G_T \frac{\pi^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} =$$

$$\longrightarrow \sigma_{sfera} = \pi \rho_{sfera}^2$$

Si progetti una lente con guadagno di 30 dB alla frequenza di 10 GHz, disponendo di $\varepsilon_r = 2{,}25$ $(n = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5)$. Asintoto dell'iperbole $\vartheta_a = 48{,}2°$, $\nu = 0{,}5$ (verificarli) (X4)

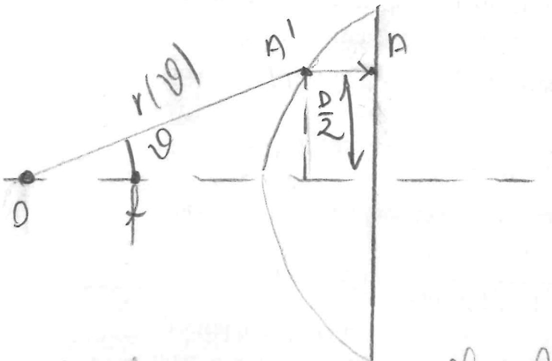
Ho che:

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eq} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi \times \nu \Rightarrow \underline{D = 42{,}7 \text{ cm}}$$

questo, supponendo circolare l'area della apertura di uscita! Suppongo $\nu = 0{,}5$ (?)

$n \cos\vartheta - 1 = 0$ per $\vartheta = 48{,}2°$ $(n = 1{,}5)$.

Ho bisogno di determinare f; stiamo ipotizzando di avere un'antenna con superficie di ingresso iperbolica, di uscita piana.



Devo conoscere/fissare n, il lobo dell'illuminatore e il tapering ai bordi.

Uso per ipotesi un feed con $\vartheta_{-10dB} = 30°$ e uso ϑ_M della lente $= 30°$

La formula di progetto della lente (2.297) è:

$$r = \frac{f(n-1)}{n\cos\vartheta - 1} \Rightarrow \text{dato } r(\vartheta_M) = \frac{D}{2} \times \frac{1}{\sin(\vartheta_M)}$$ (si vede dalla costruzione geometrica)

$$\hookrightarrow f = r\frac{n\cos\vartheta - 1}{n-1} = \frac{D}{2\sin\vartheta_M}\,\frac{n\cos\vartheta_M - 1}{n-1} = 25{,}6 \text{ cm}$$

Da qui, trovo che il "r" per cui lo spessore della lente è "nullo", il bordo:

$$r = \frac{f(n-1)}{n\cos\vartheta - 1} = \frac{0{,}255\,(1{,}5-1)}{1{,}5\cos(30) - 1} = 0{,}427;\quad d_{lente} + f = r\cos\vartheta = 0{,}369$$

$$\hookrightarrow d_{lente} = 0{,}369 - 0{,}255 = \underline{11{,}4 \text{ cm}}.$$

Si studi l'antenna verticale top-loading alla frequenza di 2 MHz; i dati sono: $h_{antenna} = 4m$; $r_{filo} = 1cm$; $r_{disco} = 1,5$ m; (X3)

Prima di tutto, studiamo il carico capacitivo: dalle 3.10 e 3.11 (equazioni)

$\hookrightarrow$ $C = \varepsilon \frac{A}{h}$; $\varepsilon = 8,854 \times 10^{-12}$ F/m;
A, supponendo disco circolare, $A = \pi r_{disco}^2$
$= 15,6$ pF; $h = 4m$;

$C_0 = 8 \varepsilon r_{disco} = 106$ pF $\Longrightarrow$ $C_{tot} = C_0 + C = 121,6$ pF;

Dobbiamo trattare il sistema, al fine di fare un'analisi, come una linea di trasmissione (biconica); la Z_0 sarà:

$Z_{0d} = 120 \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] \Omega$ dove $l = h_{disco}$, $a = r_{filo}$

$\hookrightarrow$ $Z_{0d} = 682\ \Omega$

Ma l'antenna è un monopolo, poiché connesso a massa; si ha, dunque, metà di Z_{0d}, essendo un monopolo:

$Z_0 = \frac{Z_{0d}}{2} = 341\ \Omega$

L'obiettivo ora è trovare Z_{irr}; per far ciò, troviamo la lunghezza equivalente ottenuta da questo carico capacitivo: dalla eq. (3.9),

$b = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\omega C_{t} Z_0\right) = \frac{150m}{2\pi} \arctan\left(2\pi \times 2MHz \times 121,6\ pF \times 341\ \Omega\right) \approx 11,3$ m.

In lunghezze elettriche,

$\frac{b}{\lambda} = 76,45 \times 10^{-3}$. (da appunti Orefice, $d \approx 0,0767\lambda$)

Ora: per "t" (vedi figure 3.5 e 3.6) si intende la lunghezza di linea equivalente fatta con la capacità; $t/h = 11,5/4 = 2,875$; $360h/\lambda \approx 9,6$;

$\hookrightarrow$ R_{irr} (da grafico 3.6) $\approx 0,9\ \Omega$

$l = 4 + 11,5m = 15,5m$; dalla eq. (3.9), usata con $b = 15,5m$,

$\longrightarrow$ $Z = 496\ \Omega$ (uso 449); $\frac{1}{\omega C} = Z = \omega L \Longrightarrow \frac{Z}{\omega} = L = 35,7\ \mu H$

questo è il valore della L "di accordo".

Si progetti un dipolo risonante in banda 95÷105 MHz, con ROS < 1.4 rispetto a 70 Ω. (X6)

Ho: $\Gamma = \frac{\zeta-1}{\zeta+1}$, dove $\zeta \approx 1+jx$; $\longrightarrow \Gamma \approx \frac{jx}{2+jx} \approx \frac{jx}{2}$; $\boxed{|\Gamma| = \frac{|x|}{2}}$

Dalla cdS, voce "SWR", si vede quanto vale SWR = 1,4 col righello, si riporta sul piano orizzontale della cdS e vediamo che $\zeta \in [0,7 \div 1,4]$ (IR) e che $|x| \le 0,35$ circa (riportando il ROS sulle <u>ordinate</u>);

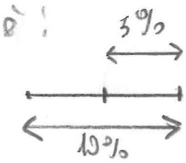
$\hookrightarrow |X| \le 25\,\Omega$; $|R| \in [50 \div 100]\,\Omega$. (valori denormalizzati a 70 Ω).

Dalla figura 3.10, si vede che, a 50 Ω o 100 Ω, non si han grossi problemi: per qualunque snellezza si va bene, si han valori circa uguali di R_{irr}.

Cerchiamo un valore ragionevole di snellezza per contenere la variazione di reattanza; come noto, dalla equazione (3.12),

$$z_i = R(kl) - j\left\{120\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right)-1\right]\cot(kl) - X(kl)\right\}$$

Trascuro $X(kl)$, e suppongo di esser prossimo alla risonanza; trascuro $X(kl)$ e "semplifico" $R(kl)$. La formula è:



$$\hookrightarrow X \approx \underbrace{-120\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right)-1\right]}\cot(kl)$$

Suppongo di considerare una variazione del 10%: ±5%.

L'equazione diventa: (per un intorno di $l = \frac{\lambda}{4}$, con errore del ±5%):

$$25\,\Omega = -120\, Z_{00} \cot\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{\lambda}{4}(1+0,05)\right)$$

Risolvo con la calcolatrice, e trovo $Z_{00} \approx 317,7\,\Omega \approx 320\,\Omega$;

$\hookrightarrow 320\,\Omega = 120\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right)-1\right] \longrightarrow$ con la calcolatrice, $\frac{2l}{a} \cong 40$.

Risolvendo mediante calcolatrice l'equazione

$\hookrightarrow 120\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right)-1\right]\cot(kl) = X(kl)$,

se $X(kl) = 25\,\Omega$, <u>$kl = 1,493$</u> $\longrightarrow l_{braccio} \cong 0,232\,\lambda \longrightarrow l_{TOT} = 2 \times \lambda \times 0,232 = 1,392$ m;

@100 MHz, $\lambda = 3$ m

dubbi: quest'ultima formula, e poi il fatto che ho usato il 5%.
controllo: non è che devo fare la tabellina, <u>come mi dice???</u>
come faccio? :-(

Analisi di due antenne Yagi-Uda a 2 elementi. (X7)

Data una Yagi-Uda a 75 MHz, studiame il comportamento nel caso il secondo elemento sia:

- un riflettore
- un direttore

Per $f = 75$ MHz, $\lambda = 4$ m ; $\lambda/2 = 2$ m ; ipotizzo $d = 2$ cm (diametro elementi)

$\rightarrow$ dalla (3.12) (eq), $120\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right)-1\right] = X(kl)$, dove $X(kl)$ è tabulato in Fig (3.9).

$\hookrightarrow$ ipotizzo valori di kl: faccio una tabella. Prima, $\frac{2l}{a} = \frac{2 \times 2\text{m}}{2\text{ cm}} = 100$ (NON SONO SICURO)

$\hookrightarrow 120 \times [\ln(100) - 1] = 432{,}6$;

devo trovare un kl per cui:

$$\underbrace{432{,}6 \operatorname{ctg}(kl)}_{SX} = \underbrace{X(kl)}_{DX}$$

DX	SX	kl	
25Ω	1,513	1,2	NO
32Ω	1,497	1,4	NO
35Ω	1,49	1,49	OK

$\frac{2\pi}{\lambda} l = 1{,}49 \longrightarrow l_{braccio} = \frac{1{,}49}{2\pi} \simeq 0{,}236$

$\hookrightarrow l_{tot} = 2 l_{braccio} = 0{,}477\lambda$ (472 a me).

Da Fig (3.9), vedo che, per $kl \simeq 1{,}5$, $R_{irr} \simeq 64\,\Omega$.

Ipotizzo $Z_{11} = R_{irr}$; (elemento alimentato alla risonanza).

Ipotizzo di avere un riflettore con $l_{tot} = 0{,}5\lambda$;

$\hookrightarrow l_{braccio} = \frac{\lambda}{4}$; $kl = 1{,}57$; da Fig (3.9), $\rightsquigarrow \begin{cases} R = 73 \\ X = +j42 \end{cases} \Omega$

Ipotizzo i due distanti $0{,}2\lambda$; da grafico 3.22, $Z_{12} = (50 - j30)\,\Omega$

Recuperiamo le eq. (3.90):

$\hookrightarrow \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} = $ [con calcolatrice] $= 0{,}692 \exp(j\,119°)$

Dalla eq. (3.91), ho: $A(\vartheta) = 1 + \frac{I_1}{I_2}\exp(j k d \cos\vartheta)$ (fattore di schiera)

$\hookrightarrow$ per $\vartheta = 0$ (direzione backfire), $A(0) = 0{,}692 \exp(j2{,}077)\exp\left(j\frac{72\pi}{180}\right) + 1 = 0{,}346\exp(-j\,39{,}2)$

per $\vartheta = \pi$, (dir. endfire) $A(\pi) = 0{,}692\exp(j2{,}077)\exp\left(j\frac{72\pi}{180}\cos(\pi)\right) + 1 = 1{,}557 \exp(0{,}3313)$

FAI I CONTI AL DIRETTORE!

Si progetti una log-periodica con $G = 10$ dB e banda da 150 a 300 MHz. (X8)
Imp. di ingresso nominale a 50Ω.

Prima di tutto da Fig (3.46) (sx), vedo che, per $G = 10$ dB, $\tau = 0{,}95$;
dallo stesso grafico, $2\alpha = 23^\circ \Rightarrow \alpha = 11{,}5^\circ$

Posso ricavare: $B_a = 1{,}195$, quindi, dalla 3.99,
da Fig (3.47)

$\hookrightarrow \sigma = \frac{1}{4}(1-\tau)\,\mathrm{ctg}(\alpha) = 0{,}063$;

dalla 3.101,

$$\hookrightarrow N = \left\lceil 1 + \frac{\log_{10}\left(\frac{f_{min}}{B_a f_{max}}\right)}{\log_{10}(\tau)} \right\rceil = \lceil 17{,}07 \rceil = 18.$$

Il dipolo più lungo sarà:

$$\frac{\lambda_{max}}{4} = \frac{c/f_{min}}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5\ m. \qquad \frac{\lambda_{min}}{4}(\text{con } B_a) = 0{,}209\ m.$$

Scelgo 6 mm di diametro per il più corto, 1,5 cm per il più lungo; $1{,}5\ cm \times \tau^{17} \simeq 6$ mm

$\hookrightarrow Z_{in}$ è calcolabile con la eq. (3.103)

$\hookrightarrow a = 7{,}5\ mm \Rightarrow \frac{l}{a} = 66{,}66 \simeq 67$

$\hookrightarrow 120\left[\ln(67) - 2{,}25\right] \simeq 234\ \Omega$

$\frac{R_o}{Z_o} = 0{,}64 \longrightarrow Z_o =$ imp. bifilare $\simeq \frac{50\Omega}{0{,}64} \simeq 80\Omega$

$\hookrightarrow$ dalla (3.102), $Z_{0b} = \frac{Z_0}{\pi}\,\mathrm{settcosh}\left(\frac{s}{D}\right)$

Si progetti un'elica risonante a 1500 kHz.

Perché un'elica? Beh, 1500 kHz = 1,5 MHz ; $\lambda = \frac{3E8}{1,5E6} = 200$ m. $\lambda/4 = 50$ m! troppo!

Seguendo il progetto, assumo D = 20 cm, h = 10 cm

L'ellisse di polarizzazione ha

$R|_{dB} = 20\log_{10}\left|\frac{2h\lambda}{(\pi D)^2}\right| = 40,11$ dB (polarizzazione ≈ verticale)

Dato $N = \frac{L}{h} = 10$, $\longrightarrow \frac{ND^2}{\lambda} = 2E{-}3$

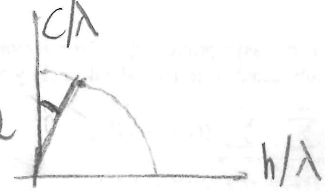
Dal grafico 3.53, M = 0,01

↳ dalla eq. (3.107), $\left(\frac{c}{V_z}\right)^2 = 1 + \left(\frac{M\lambda}{\pi D}\right)^2 \longrightarrow \frac{c}{V_z} = 3,336$

Questo vuol dire che l'antenna, invece che 50 m, è alta 14,99 (da $\frac{50}{3,336}$)

Progettare un'elica in modo assiale con frequenza centrale di 150 MHz e $G = 13\ dB$. (X10)

Si ricorda che, per progettare un'elica in modo assiale, è necessario soddisfare le seguenti richieste:



- circonferenza lunga circa λ;
- $\alpha \simeq (10 \div 30)^\circ$

A 150 MHz, $\lambda = 2m$; dal momento che la lunghezza della circonferenza noto il diametro D è πD, $\frac{C}{\pi} = D = 0{,}637\ m$. Scelgo $12{,}5^\circ$ come angolo di inclinazione α.

Dalla Fig (3.6), usando la curva per $C = \lambda$, cercando sull'asse verticale 13 dB, si vede che, tirando giù la riga, servono 5,5 spire circa: approssimo all'intero superiore, e ne uso 6.

Da considerazioni sul piano (h, C), prima riportato, posso determinare h come:

$h = \frac{C}{\cos\alpha} \times \sin\alpha = C\tan\alpha \Longrightarrow h = 2m \times \tan(12{,}5) = 0{,}443\ m$;

h è la distanza tra una spira e l'altra; volendo la lunghezza totale,

$L = N \times h = 6 \times 0{,}443\ m = 2.66\ m.$

Dalla eq. 3.113,

$R = 20\log_{10}\left(\frac{2 \times 6 + 1}{2 \times 6}\right) \simeq 0{,}7\ dB$

la polarizzazione dovrebbe essere circolare.

Volendo stimare il guadagno al variare della frequenza, basta prendere il punto di prima sulle ascisse del grafico 3.66, e guardare le altre curve: al variare di f varia λ, dunque C/λ.

$R = 140\ \frac{C}{\lambda}\ \Omega$, ma $C/\lambda = 1$ per ipotesi, $R \simeq 140\ \Omega$

(nota ortorno: se ho vincoli sul guadagno in banda,

$L_{elica} \cong 0{,}8\ \lambda_{max}$.)

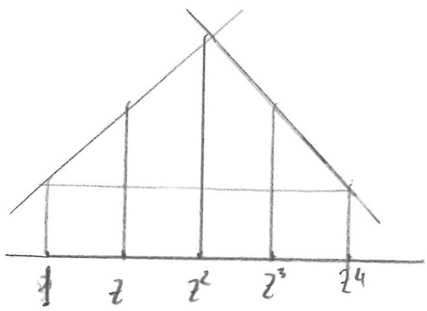
Esempi Schiere

Esempio 1

Dato polinomio:

$A(z) = 1 + z + z^2, \quad z \in \mathbb{C},$

$[A(z)]^2 = \left(1+z+z^2\right)^2 = \left(1+2z+2z^2+2z^3+z^2+z^4\right) = \left(1+2z+3z^2+2z^3+z^4\right)$



Esempio 2

Progettare una schiera di radiatori isotropici tale per cui:

- livello del primo lobo secondario $= -25\,dB$
- larghezza del I° lobo 7°
- $\vartheta_s = 30°$

Di sicuro non posso usare una schiera uniforme (lobi troppo alti); con la triangolare $SLL < -27\,dB$ dunque è una soluzione.

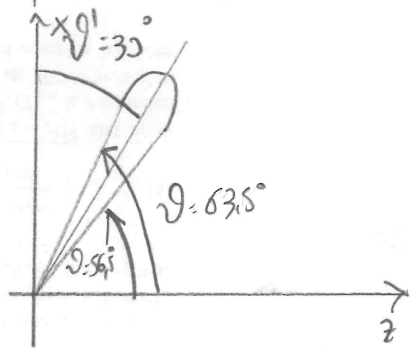
Può la binomiale esser una soluzione? Temo di no, ma per la questione degli angoli

Uso una Triangolare.

Ragiono geometricamente sul fascio;

ϑ_{3dB} è l'angolo doppio: avanti e indietro;

ϑ' è l'angolo rispetto alla broadside (ϑ_s); ϑ alla endfire;



$\longrightarrow -3{,}5° < \text{beam}_{3dB} < +3{,}5°$

Ricordando che $\psi = kd\cos\vartheta + \Phi$, (eq. 6.7), e ricordando che il max. è @ $\psi = \phi$, dunque $\vartheta = 60°$ (ribadisco: ϑ è rispetto alla endfire!)

$\hookrightarrow kd\cos(60°) + \Phi = \phi \Longrightarrow \Phi = -\dfrac{kd}{2}$

Sugli altri angoli, ricavati geometricamente,

$\Downarrow$

$$\hookrightarrow \begin{cases} kd\cos(56{,}5°) + \Phi = +\psi_{3dB} \\ kd\cos(63{,}5°) + \Phi = -\psi_{-3dB} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 0{,}5519\,kd - 0{,}5\,kd = +\psi_{-3dB} \\ 0{,}4462\,kd - 0{,}5\,kd = -\psi_{-3dB} \end{cases}$$

sottraggo membro a membro le 2:

$$0{,}1057\,kd = 2\,\psi_{-3dB}$$

Ragioniamo alla buona su d_{max}: ho che, per schiere uniformi, dalla eq (6.22), (x12)

$d = \frac{N-1}{N} \frac{\lambda}{1+\sin\vartheta_s}$; $N \to \infty \Rightarrow d = \frac{\lambda}{1+\sin\vartheta_s} = 0{,}667\lambda$.

prendo margine del 10% (essendo $N \to \infty$ tendenzialmente falso)

$\hookrightarrow d = 0{,}6\lambda \Rightarrow Kd = \frac{2\pi}{\lambda} \times 0{,}6\lambda = 3{,}77$.

$\hookrightarrow \Psi_{-3dB} = 0{,}199 \Rightarrow 11{,}42^\circ$

A partire da ciò, posso usare Fig (6.17), oppure risolvere (mediante calcolatrice):

$\frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} = 1{,}5\,dB$; $-1{,}5\,dB \longrightarrow 10^{-\frac{1{,}5}{20}} = 0{,}841$

$\hookrightarrow \frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} = 0{,}841$, $\Psi = 11{,}42^\circ \Rightarrow$ mediante grafico, trovo $N = 10$.

Come ho proceduto: fatto plottare alla calcolatrice la funzione, e cercato la x per cui $y = 0{,}841$

La schiera generatrice ha 10 elementi; la triangolare a essa associata, ne avrà $2N-1 = 19$.

Osservazioni di verifica finale: prima progetto il "N" della schiera uniforme, poi studio la triangolare associata a essa.

Dalla Fig. (6.17), il I° lobo secondario per $N=10$ è a $0{,}22 \simeq -26{,}3\,dB$: OK!

Ho che:

$N = 9 \Rightarrow \frac{N-1}{N} = 0{,}9$; il margine del 10% prima ipotizzato e usato andava bene!

Abbiam detto che $Kd = 3{,}77$; dunque: $\Phi = -\frac{Kd}{2} \Rightarrow -\frac{180}{\pi} \times 0{,}5 \times 3{,}77 = -108^\circ$;

$d = 0{,}6\lambda$;

Es 3 se vuoi...

Determinare il numero di elementi per una schiera di tipo binomiale, senza lobi secondari. X13

Da appunti Orefice, p. 516, la distanza tra gli elementi è $\lambda/2$; partiamo dunque con

$d = \lambda/2$;

In questa condizione,

$A(z) = 1+z$; $d_r = \pi$, $\Phi = \phi$. Recupero la solita $6.7_{\Phi=\phi}$;

$kd\cos\vartheta = \psi$ voglio (da esercizio) $\vartheta^{o}_{-3dB} = 7^\circ$ (dir. broadside)

$\hookrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \times 0{,}5\lambda = \pi \Rightarrow \pi\cos\vartheta = \psi$ ho che $\vartheta = 90^\circ - \frac{7^\circ}{2} = 86{,}5^\circ$

(ϑ rispetto dir. endfire)

$\hookrightarrow \psi = \pi\cos(86{,}5) = 0{,}192$ rad.

Poiché la binomiale ha fattore di schiera del tipo $\cos^M(x)$, il numero di elementi è:

$\hookrightarrow \left|\cos\left(\frac{\psi_{3dB}}{2}\right)\right|^M = 0{,}707 \Rightarrow$ da calcolatrice, $M = 75{,}13 \Rightarrow 76$

$\Rightarrow$ il numero di elementi è $\lceil M \rceil + 1 = \underline{77}$.

La schiera è lunghissima. A teoria si è visto che, per $d > \lambda/2$, si riduce N, ma si han lobi secondari. Vale la relazione:

$$\underset{\substack{\uparrow \\ -3dB}}{0{,}707} = \left[\cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\left(\frac{\vartheta_{-3dB}}{2}\right)\right)\right]^M \quad (*)$$

ma anche $-\frac{S}{20} = M\log_{10}\left|\cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)\right|$

S livello del lobo in dB rispetto al max

unendo:

$$-\frac{S}{3} = \frac{\log_{10}\left|\cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)\right|}{\log_{10}\left|\cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\left(\frac{\vartheta_{-3dB}}{2}\right)\right)\right|}$$

Fissato un ϑ_{-3dB}, scelta S, si trova un $\frac{d}{\lambda}$, e con la precedente (*) M.

X14

Si calcolino i coeff. di alimentazione di una schiera di 4 dipoli con $Z_{11} = Z_p = 75\,\Omega$, distanti $0{,}7\,\lambda$.

Dal grafico 6.37 (o, meglio ancora, 3.22 + grande), $Z_{12} = Z_m = -23\,\Omega$, quindi (dalla eq. (6.87))

$\hookrightarrow \quad I_2 = \left| 1 - \dfrac{Z_m}{Z_p} \right| I_1 = 1{,}31\, I_1$

Determinare il numero di elementi isotropici necessario per realizzare una schiera uniforme a irradiazione <u>broadside</u> con larghezza del lobo principale inferiore a 7°, supponendo $d/\lambda = 0{,}6$

$\Rightarrow \quad Kd\sin(3{,}5^\circ) = \dfrac{2\pi}{\lambda} d \sin(3{,}5^\circ) = 0{,}23 \underset{= \Psi_{3dB}}{=} 13{,}2^\circ$;

Posso:

- Usare i grafici;
- Risolvere:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sin\left(N \frac{\Psi_{3dB}}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\Psi_{3dB}}{2}\right)} \Longrightarrow$$

da calcolatrice, (o da lettura grafico su calcolatrice)

$N \cong 14$

$L = 14 \times d = 8{,}4\,\lambda$.

Realizzare un'antenna con copertura in azimut di $\pm 40°$, in ϑ da $+70°$ a $90°$. (X15)

Guadagno non inferiore a 30 dB.

Prima di tutto: si può fare con un solo lobo? Con un'apertura?

$$G \approx \frac{3\times 10^4}{\vartheta° \times \varphi°} = 18{,}75 = 12{,}73 \text{ dB}$$

Soluzione: uso di una schiera a scansione elettronica.

Schiera a scansione: i vari fasci si posizionano in modo tale che si faccian coincidere gli angoli a -3 dB dei fasci adiacenti; poiché il G non può esser minore di 30 dB, $G_{max} = 33$ dB (in modo che a -3 dB se ne abbian 30).

Possiamo determinare, supposti $\vartheta = \varphi$, l'angolo a -3 dB del fascio:

$$33 \text{ dB} = 2000 \Rightarrow 2000 \simeq \frac{30000}{\vartheta^{\circ 2}} \Rightarrow \vartheta° = 3{,}873° \simeq 4°.$$

Serve per forza una schiera planare, dal momento che per una schiera lineare il d. d. irradiazione è omnidirezionale su uno dei piani.

Scansione in azimut: $-40° < \varphi < 40°$.

ho un $\Delta\varphi = 80°$, e un fascio largo $4° \Rightarrow \frac{80°}{4°} = 20$ scatti. I massimi sono da $-38°$ a $+38°$, ogni $4°$.

Non essendoci vincoli sui lobi, posso usare la schiera uniforme. Per la schiera uniforme (vedi eq. (6.16)), $\underset{\text{radianti}}{\vartheta_{-3dB}} \simeq 0{,}88 \frac{\lambda}{Nd} = 0{,}88 \frac{\lambda}{L}$ L lunghezza della schiera

$$\hookrightarrow L \approx \frac{0{,}88}{4° \times \frac{\pi}{180°}} \lambda \approx 12{,}61\lambda.$$

Dato $N >> 1$ (ipotesi semplificativa a priori), applico la eq (6.22):

$d = \frac{N-1}{N} \frac{\lambda}{1+\sin\vartheta_s}$ ϑ_s è rispetto alle broadside, ed è l'angolo del "massimo punto di irradiazione più lontano dal centro": $38°$ ($0-38°$);

$$\hookrightarrow d = \frac{N-1}{N} \frac{\lambda}{1+\sin(38°)} = 0{,}6189\lambda \frac{N-1}{N} \Rightarrow d \approx 0{,}6\lambda \quad (\text{per } N>>1)$$

$L = 12{,}61\lambda \Rightarrow \frac{L}{d} = N_{elementi} \simeq 21$ elementi (22 per star sicuri);

{Usando uno sfasatore a 5 bit, $2^5 = 32$, $360/32 = 5{,}625$; moltiplicando ciò per opportuni numeri (bit), si ottengono gli sfasamenti fisici.}

ho: $0{,}6189 \times \frac{22-1}{22} = 0{,}590$; con 21 elementi, $d = \frac{12{,}6}{21} = 0{,}6005 > d_{max}$;

Con 22 elementi, $d = \frac{12{,}61}{22} = 0{,}573$ e ci sta.

$\vartheta' = 2 \to kd\sin\vartheta' = 7{,}2°$;

$\vartheta' = 2+4 = 6 \to kd\sin\vartheta' = 21{,}56°$

Usando $N=22$, $kd = \frac{2\pi}{\lambda} \times 0{,}573\lambda = 206{,}3°$. Poiché $\Delta\phi = kd\sin\vartheta'$, ho:

X16

Si determinino i fattori di schiera per una schiera di Chebyshev di 7 elementi e con livello dei lobi secondari di -20 dB.

Per i -20 dB,

$\hookrightarrow r = 10^{\frac{20}{20}} = 10$

Dalla eq. (6.100), ho:

$$x_0 = \frac{1}{2}\left[\left(r + \sqrt{r^2-1}\right)^{1/m} + \left(r - \sqrt{r^2-1}\right)^{1/m}\right]$$

dove "m" è il numero di elementi, -1; dato $N = 7$, $m = N-1 = 6$

$\hookrightarrow x_0 = 1{,}127$

Dal momento che "N" è dispari, devo recuperare la somma relativa a essi:

$$A(\psi) = \sum_{m=0}^{N'} I_m T_{2m}\left(\frac{x}{x_0}\right) = T_{2N'}(x) \qquad \text{dove } N' = \frac{N-1}{2}$$

Svolgendo i conti:

$$T_6 = I_0 T_0\left(\frac{x}{x_0}\right) + I_1 T_2\left(\frac{x}{x_0}\right) + I_2 T_4\left(\frac{x}{x_0}\right) + I_3 T_6\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

$$\begin{cases} T_0 = 1, \\ T_2 = 2x^2-1 \\ T_4 = 8x^4-8x^2+1 \\ T_6 = 32x^6-48x^4+18x^2-1 \end{cases}$$

$$\hookrightarrow 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1 = I_0 + I_1\left(2\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 - 1\right) + I_2\left(8\left(\frac{x}{x_0}\right)^4 - 8\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + 1\right) +$$

$$+ I_3\left(32\left(\frac{x}{x_0}\right)^6 - 48\left(\frac{x}{x_0}\right)^4 + 18\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 - 1\right)$$

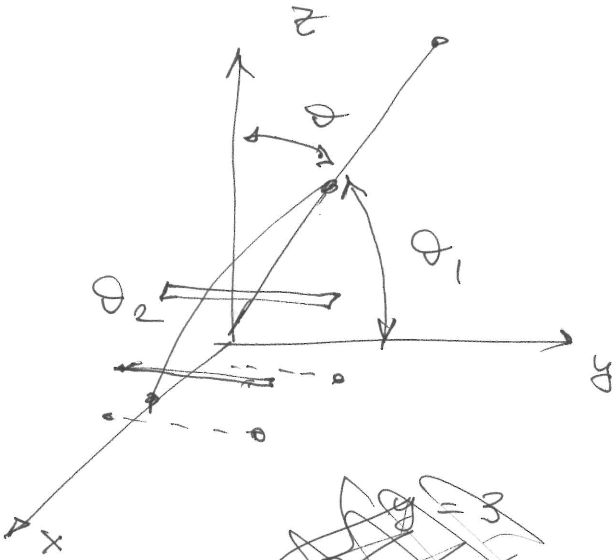
$\hookrightarrow$ raccolgo le x^i invece che gli I:

$$x^6\left[32 - 32\left(\frac{1}{x_0}\right)^6 I_3\right] + x^4\left[-48 + 8 I_2\left(\frac{1}{x_0}\right)^4 - 48 I_3\left(\frac{1}{x_0}\right)^4\right] +$$

$$+ x^2\left[18 + 2I_1\left(\frac{1}{x_0}\right)^2 - 8 I_2\left(\frac{1}{x_0}\right)^2 + 18 I_3\left(\frac{1}{x_0}\right)^2\right] - 1 - I_0 + I_1 - I_2 + I_3 = \emptyset$$

Annullo ciascuna parentesi, per soddisfare l'eq., a partire da quella di I_3 per poi sostituire man mano a quelle dopo in modo da avere sempre per ogni parentesi 1 sola incognita:

$$\cancel{3}2 - \cancel{3}2\left(\frac{1}{x_0}\right)^6 I_3 = \emptyset \Rightarrow I_3 = x_0^6 \ldots \text{ e così via}$$



$A_1 = \sin\frac{\psi_1}{2}$ (sch. in z)

$\psi_1 = 2kh\cos\theta$

$A_2 = \cos\frac{\psi_2}{2}$ (sch. in x)

$\psi_2 = kd\cos\theta_2$

$F = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_1\right)}{\sin\theta_1}$

$\hat{r}\cdot\hat{z} = \cos\theta$

$\hat{r}\cdot\hat{x} = \cos\theta_2$

$\hat{r}\cdot\hat{y} = \cos\theta_1$

$$\hat{r} = \cos\theta\,\hat{z} + \underbrace{\sin\theta\cos\varphi}_{\cos\theta_2}\hat{x} + \underbrace{\sin\theta\sin\varphi}_{\cos\theta_1}\hat{y}$$

$$\sin(kh\cos\theta)\cdot\cos\left(\frac{kd}{2}\sin\theta\cos\varphi\right)\cdot\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\sin\varphi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\varphi}}$$

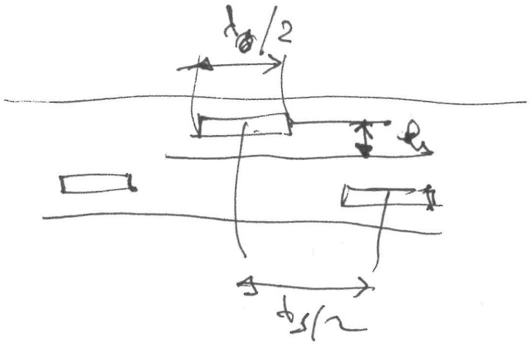
$\varphi = 0$

$\varphi = \frac{\pi}{2}$

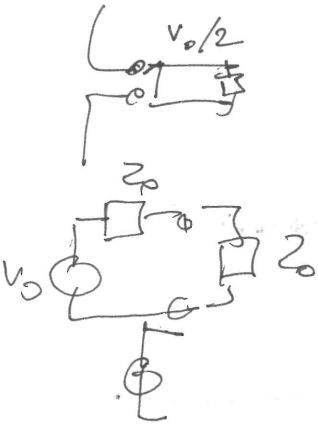
$\varphi = 0$ $\quad \sin kh\cos\theta\cdot\cos\left(\frac{kd}{2}\sin\theta\right)\cdot = 0.4$

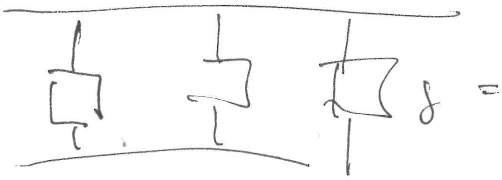
$\varphi = \frac{\pi}{2}$ $\quad \sin(kh\cos\theta)\cdot\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\right)}{\cos\theta} = 0.4$

$h = \frac{\lambda}{4}$



$$g = A\left(\sin\frac{\pi \ell_1}{a}\right)^2$$



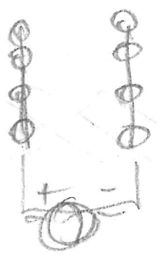


$$g = \frac{1}{N}$$

$$\frac{L}{\lambda}$$

$$\sin\theta_{3dB} \cong 0.88\frac{\lambda}{L}$$

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{0.88}{\sin\theta_{3dB}}$$

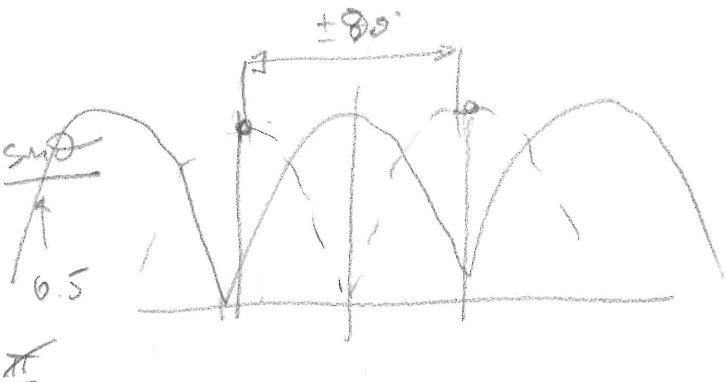


$$\cos\psi/2$$

$$\sin\psi/2$$

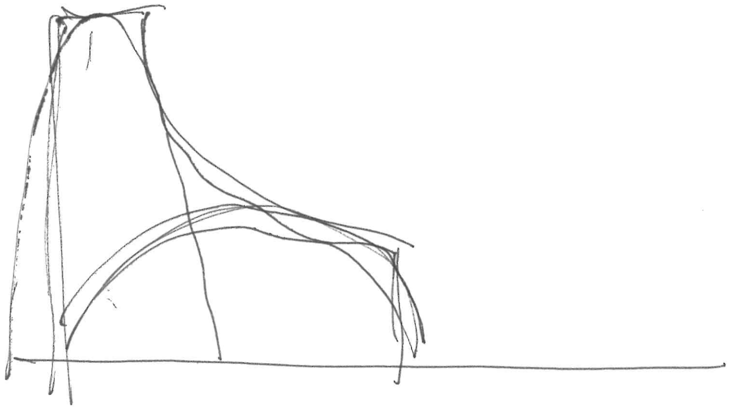
$$\frac{\psi}{2} = \frac{\pi}{2} = kd\sin\theta$$

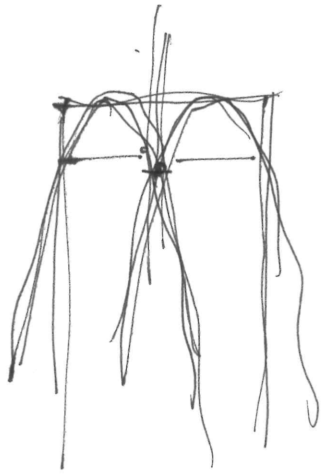
0.5

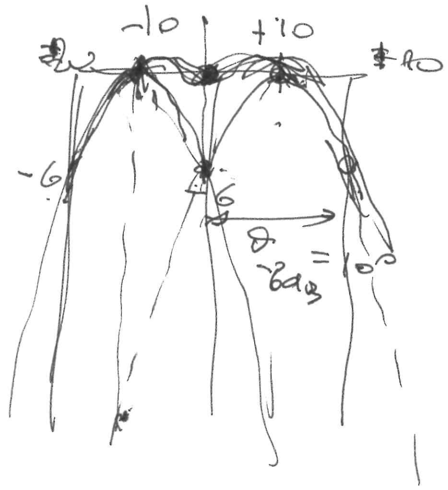


$$\frac{\cancel{2\pi d}}{\lambda}\ \cancel{0.5} = \frac{\pi}{2}$$

kd







-10
+10
-6
6
θ
= 10°

Esercizi di Antenne e Propagazione

1) Data apertura con $g(\hat{r}) = g(\vartheta)$ tale per cui:

$$g(\vartheta) = \begin{cases} G_{max}\cos^p(\vartheta) & 0 < \vartheta < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

noti $\eta = 0,9$, $p = \frac{10}{3}$, $\nu = 0,8$, determinare a $f = 10$ GHz l'area dell'antenna.

Soluzione

È noto che:

$$A_{eq} = \max_{\vartheta,\varphi}\{a_{eq}(\hat{r})\} = \nu A_{geometrica}$$

e che

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eq}$$: dobbiamo determinare G_{max}. Si può perciò:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\vartheta \, g(\vartheta,\varphi)\, d\vartheta = 4\pi\eta = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} G_{max}\cos^p\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta = 4\pi\eta$$

$$\hookrightarrow G = \frac{4\pi\eta}{2\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^p\vartheta\sin\vartheta\, d\vartheta} = -\frac{4\pi\eta}{\frac{2\pi}{p+1}\left[\cos^{p+1}(\vartheta)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}} = -\frac{2\eta(p+1)}{0-1}$$

$$= 2\eta(p+1) = 2\times 0,9\left(1+\frac{10}{3}\right) = \cancel{2}\times\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{10}_{5}}\times\frac{13}{\cancel{3}_{1}} = \frac{39}{5}$$

$$\hookrightarrow G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\nu A_{geom} \longrightarrow A_{geom} = 0,698 \text{ mm}$$

Per calcolare ν con gli altri dati, invece:

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2}\underbrace{\frac{\left|\int_S \underline{E}(\underline{r})\,ds\right|^2}{\int_S |\underline{E}(\underline{r})|^2 ds}}_{A_{eq}} \longleftrightarrow \nu = \frac{1}{A_{geom}} A_{eq}$$

Se si ha un campo del tipo:

$$\underline{E}(\underline{r}) = \underline{E}_0\left[(1-t)(1-r^2)+t\right]$$, "t" parametro "tapering".

2) Calcolare, data la nota $\underline{E}(\underline{r})$, il $\mathcal{V}$ per un'apertura circolare di raggio a e per una quadrata di lato a.

- circolare: devo calcolare i 2 integrali. Prima di tutto:

$$\hookrightarrow r = \frac{\rho}{a} \rightsquigarrow a^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \underline{E}_0 \left[(1-t)(1-r^2) + t\right] r\,dr = 2\pi a^2 \underline{E}_0 \int_0^1 \left[1 - r^2 \cancel{-t} + t r^2 \cancel{+t}\right] r\,dr =$$

$$= 2\pi a^2 \underline{E}_0 \int_0^1 \left[r - r^3 + t r^3\right] dr = 2\pi a^2 \underline{E}_0 \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} + t\frac{r^4}{4}\right]_0^1 = 2\pi a^2 \underline{E}_0 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{t}{4}\right] =$$

$$= \frac{\pi a^2}{2} \underline{E}_0 (t+1)$$

L'altro:

$$\int_0^1 \left| \underline{E}_0 \left[(1-t)(1-r^2) + t\right]\right|^2 r\,dr = |\underline{E}_0|^2 \int_0^1 \left[(1-t)^2(1-r^2)^2 + t^2 + 2t(1-t)(1-r^2)\right] r\,dr =$$

$$= |\underline{E}_0|^2 \int_0^1 \left[(1+t^2-2t)(1-2r^2+r^4) + t^2 + 2t(1-r^2-t+tr^2)\right] r\,dr =$$

$$= |\underline{E}_0|^2 \int_0^1 \left[1 - 2r^2 + r^4 + t^2 - 2r^2t^2 + t^2r^4 - 2t + 4tr^2 - 2tr^4 + t^2 + 2t - 2tr^2 - 2t^2 + 2t^2r^2\right] r\,dr =$$

$$= |\underline{E}_0|^2 \left[\frac{r^2}{2} - 2\frac{r^4}{4} + \frac{r^6}{6} + \frac{t^2r^2}{2} - 2t^2\frac{r^4}{4} + t^2\frac{r^6}{6} - 2t\frac{r^2}{2} + 4t\frac{r^4}{4} - 2t\frac{r^6}{6} + \frac{t^2r^2}{2} + 2t\frac{r^2}{2} - 2t\frac{r^4}{4} - 2t^2\frac{r^2}{2} + \right.$$

$$\left. + 2t^2\frac{r^4}{4}\right]_0^1 = \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{1}{6} + \cancel{\frac{t^2}{2}} - \cancel{\frac{t^2}{2}} + \frac{t^2}{6} \cancel{-t} \cancel{+t} - \frac{t}{3} + \cancel{\frac{t^2}{2}} + t - \frac{t}{2} \cancel{-t^2} + \cancel{\frac{t^2}{2}} =$$

$$= \left[\frac{t^2}{6} + \frac{t}{6} + \frac{1}{6}\right] |\underline{E}_0|^2$$

$$\hookrightarrow 2\pi a^2 |\underline{E}_0|^2 \left[\frac{t^2}{6} + \frac{t}{6} + \frac{1}{6}\right] = \frac{\pi a^2}{3} |\underline{E}_0|^2 \left[t^2 + t + 1\right]$$

Dunque:

$$\mathcal{V} = \underbrace{\frac{1}{\pi a^2}}_{A_{geom}} \frac{\frac{\pi^2 a^4 \cancel{|\underline{E}_0|^2}}{4}(t+1)^2}{\frac{\cancel{\pi a^2}\cancel{|\underline{E}_0|^2}}{3}(t^2+t+1)} = \frac{3}{4} a^2 \frac{(t+1)^2}{t^2+t+1}$$

Si può osservare che:

- per $t=1$, $\nu=1$: il campo è infatti uniformemente distribuito;
- per $t=0{,}8$, $\nu \simeq 0{,}996$
- per $t=0{,}5$, $\nu \simeq 0{,}964$;
- per $t \to 0$, $\nu \to 0{,}75$

} Come atteso.

Per l'apertura rettangolare, si deve semplicemente fare una separazione delle variabili:

$\underline{E}(u,v) = \underline{E}x(u)\,\underline{E}y(v)$

$\hookrightarrow \int_S \underline{E}(u,v)\,ds = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} Ex(u)\,du \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} Ey(v)\,dv$ [no Jacobiano: sono in coordinate cartesiane]

A parità di tapering t, la ν è leggermente superiore (si può vedere).

Progetto di un'antenna a tromba

Si progetti un'antenna a tromba che:

- lavori alla freq. di centro banda della WR90;
- abbia un d. di irradiazione simmetrico, ϑ_{-15dB} uguale nei 2 piani e pari a 30°;
- il più vicina possibile alla tromba ottima

Soluzione

WR90: $0{,}9' \times 0{,}4'$; $f_{TE_{10}} = \frac{c}{2a} = 6{,}562\text{ GHz}$, $f_{TE_{20}} = \frac{c}{a} = 13{,}12\text{ GHz}$ $\longrightarrow \bar{f} = \frac{f_{TE_{10}} + f_{TE_{20}}}{2} = 9{,}8\text{ GHz}$

Proviamo prima a fare la tromba ottima: ciò significa ridurre la massima deviazione di fase. Da teoria (p. 48), $s=\frac{1}{4}$, $t=\frac{3}{8}$. Date A e B le dimensioni della bocca,

$$\hookrightarrow \begin{cases} s = \dfrac{B^2}{8\lambda \ell_e} = \dfrac{1}{4}; \\ t = \dfrac{A^2}{8\lambda \ell_h} = \dfrac{3}{8}. \end{cases}$$

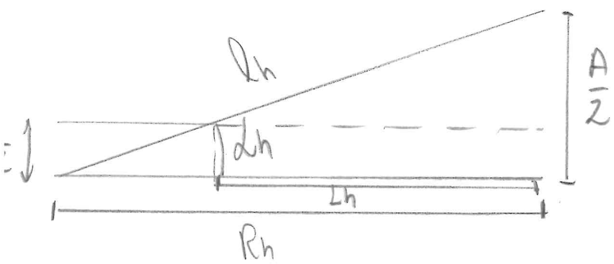
A questo punto, grafici p. 44 per far i conti dei ϑ.

Sul piano E: $\left(s=\frac{1}{4}\right) \longrightarrow u = 1{,}75 \longrightarrow \frac{B}{\lambda}\sin 30° = 1{,}75 \longrightarrow \boxed{\frac{B}{\lambda} = 3{,}5}$

Sul piano H: $\left(t=\frac{3}{8}\right) \longrightarrow v \simeq 1{,}95 \longrightarrow \frac{A}{\lambda}\sin 30° = 1{,}95 \longrightarrow \boxed{\frac{A}{\lambda} = 3{,}9}$

@ 9,8 GHz, $\lambda = \frac{c}{f} = 3{,}061\text{ cm} \longrightarrow \begin{cases} A = 11{,}94\text{ cm} \\ B = 10{,}7\text{ cm} \end{cases}$

Dato A e B, si può provare a trovare tutte le dimensioni sul piano H:



Mediante la goniometria:

$$\tan(\alpha_h) = \frac{A/2}{R_h} = \frac{(A/2)-(a/2)}{L_h}$$

$$\hookrightarrow L_h = R_h \frac{A/2 - a/2}{A/2}$$

Con gli stessi disegni/ragionamenti nel piano E,

$$\hookrightarrow L_e = R_e \frac{B/2 - b/2}{B/2}$$

Il punto di attacco è ovviamente lo stesso: $L_e = L_h$!

$$\hookrightarrow R_e \frac{B/2 - b/2}{B/2} = R_h \frac{A/2 - a/2}{A/2} \qquad \text{dunque: } \frac{R_h}{R_e} = \frac{(B-b)A}{(A-a)B} = 1{,}12$$

Usando Pitagora:

$$l_h^2 = \left(\frac{A}{2}\right)^2 + R_h^2 \; ; \quad l_e^2 = \left(\frac{B}{2}\right)^2 + R_e^2$$

Attenzione: siamo partiti dall'ipotesi di tromba ottima; ciò impone un legame tra A e l_h, B e l_e. In particolare:

$A = \sqrt{3\lambda l_h}$; $B = \sqrt{2\lambda l_e}$ (nel caso di trombino ottimo).

$$\hookrightarrow \begin{cases} l_h = \dfrac{A^2}{3\lambda} \\ l_e = \dfrac{B^2}{2\lambda} \end{cases} \xRightarrow{\text{sostituisco}} \frac{A^4}{9\lambda^2} = \frac{A^2}{4} + R_h^2 \longrightarrow R_h = \sqrt{\frac{A^4}{9\lambda^2} - \frac{A^2}{4}} = 14{,}33\,\text{cm};$$

Allo stesso modo, poi, $R_e = \sqrt{\dfrac{B^4}{4\lambda^2} - \dfrac{B^2}{4}} = 17{,}92\,\text{cm}$

Nota: R_e e R_h devon soddisfare 2 condizioni: quella dettata dal "Pitagora" (e tutto ciò che ne sta dietro), e questa. Sarà possibile? Boh, abbiam visto che:

$\frac{R_h}{R_e} = 1{,}12$; ma da queste ultime relazioni, $R_h < R_e$: le due condizioni son incompatibili.

Bisogna rinunciare a una delle 2 ipotesi: o alla condizione di trombino ottimo, o all'angolo a −15 dB. Bisogna rinunciare all'ottimo, almeno in uno dei 2 piani, e continuo a imporre la $\frac{R_h}{R_e}$.

Ipotizzo allora che $R_h = R_{h,opt}$, e vario l'altro.

$\Rightarrow R_e = \frac{R_{h,opt}}{1,12} = 12,77$ cm ; $L = R_h \frac{A/2 - a/2}{A/2} = 11,56$ cm ;

$\ell_e = \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + R_e^2} = 13,85$ cm ; $s = 0,34$.

Prendendo questo "s" calcolato a posteriori, si può dire che nel piano e non siam più nelle condizioni ottime. Usando i grafici 2.23 (p. 40), dato $s = 0,34$, si han circa 2 dB di perdita: rispetto al trombino ottimo, che già ne perde 1 ($s = 0,25$), ne perdo solo 1 di dB.

Il problema è che s è variato parecchio: in realtà, riprendendo i grafici di prima l'angolo non è più a 15 dB: forse qua si dovrebbe provare fissando $R_e = R_{e,opt}$, e da qui poi vedere come l'angolo cambia. Bisogna fare i conti, dunque le verifiche a posteriori.

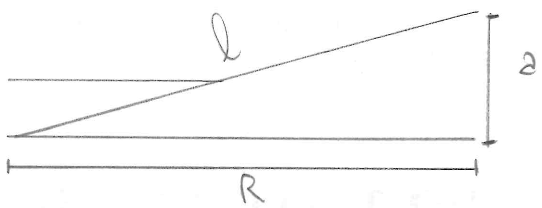
Progetto di una Tromba corrugata

Si progetti una tromba corrugata in banda $7 \div 10$ GHz, $\vartheta_{-15dB} = 30°$, con modo ibrido bilanciato.

Per la tromba circolare, sappiamo che $u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\vartheta$ a raggio.
In questo caso non si han vincoli sull'errore di fase, dunque possiamo scegliere noi che fare. Scegliamo di avere una variazione di fase ridotta. Si ha:

$t = \frac{a^2}{2\lambda \ell}$

(errore di fase)



l'errore di fase è simile a prima con $\boxed{a \rightarrow \frac{A}{2}}$

Questo perché A era il "diametro", dunque ora ho solo a: raggio, e si "ricava" ciò.
A parità di "a", aumentando "t" la tromba è più corta.
Scelgo -15 dB, sul grafico 2.39 (p. 66), posso prendere $t = 0,125$ o $t = 0,25$. Per accorciare la tromba, $t = 0,25$, trovo "u" e dunque a. Vedo che $u \approx 4,7$ ($t = 0,25$).
A noi preme sapere che errore di fase si introduce: 2.40 dà l'errore di fase per la tromba, e per diversi valori di a/R.
L'unica curva per cui si ha u, è quella per $a/R = 0,224$. Su 2.40 si vede il massimo valore dell'errore di fase che si può avere. Questo grafico (2.40) si legge così: si introduce "u", e quello è il massimo punto di variazione: per $u = 4,3$, la fase può variare da ≈ -4 (il minimo) a $\approx 2°$, altrimenti, da ≈ -4 a $\approx +10°$, dunque, con u maggiore, ho maggiore errore.

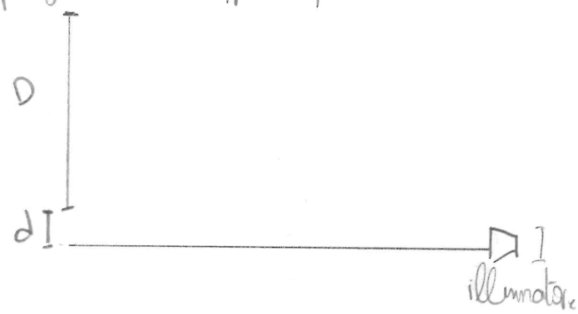
In pratica, visto che abbiamo solo queste curve, forziamo d/L (a/R) a $0{,}224$, l'unico che c'è. Per la fase converrebbe avere il $4{,}3$, ossia il valore con $t=0{,}125$ (basta leggere dal grafico 2.39).

Come detto, scelto "u" (per esempio per minimizzare l'errore di fase) posso calcolare a, e così via: dato a conosco R $\left(\frac{a}{0{,}224}=R\right)$, Pitagora e trovo l.

Bisogna poi progettare la corrugazione:

- il solco più grande deve essere $\lambda/2$, per $\lambda=\lambda_{max}$ $(f=f_{min})$;
- il solco più piccolo, $\lambda/4$ per $\lambda=\lambda_{min}$ $(f=f_{max})$;
- poi si fa a scalare gradualmente.

Lo spessore dei dentini dovrà essere molto piccolo (vedi progetto su appunti): dell'ordine di $\lambda/10$.



Cenni di calcolo paraboloide offset

Detta "1" la distanza focale f: $f=1$

si può scegliere di solito $d=0{,}1\,D$;

se $D=f$,

$\rho=2f\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right)$ (per ogni ϑ);

$\rightarrow \vartheta_{min}=2\arctan\left(\frac{d}{2f}\right)$; $\vartheta_{max}=2\arctan\left(\frac{D+d}{2f}\right)$; $\vartheta_0=2\arctan\left(\frac{d+\frac{D}{2}}{2f}\right)$

Completare

Esempio di progetto di un iperboloide

Si consideri dato f/D del riflettore principale, e ϑ_f (semiangolo di apertura del feed).

Prima di tutto si deve fissare un grado di libertà: o $\frac{f}{D}$ (già noto, dato dal problema), o $\frac{d}{D}$ (rapporto per la determinazione del bloccaggio).

Fisso $d = 0{,}1\,D$.

Si ha a questo punto da usare questa eq. di progetto:

$$\frac{d}{D}\frac{f}{2c} = \frac{\tan(\vartheta_f)\tan(\vartheta_m)}{2\tan\left(\frac{\vartheta_m}{2}\right)(\tan\vartheta_f + \tan\vartheta_m)}$$

o, in alternativa, le curve 2.90 (p. 138 appunti).

Questo serve per determinare il profilo dell'iperboloide. Ci interessa l'eccentricità e, e questa equazione: ϑ_f e ϑ_m si possono trovare. Si sa che:

$$M = \frac{\tan\frac{\vartheta_m}{2}}{\tan\frac{\vartheta_f}{2}}.$$

Usando la 2.90, funzioni di ϑ_f e ϑ_m, possiamo determinare il "M".

Esempio: paraboloide con 70° di semiangolo di apertura, feed con $\vartheta_f = 25°$.

La curva tratteggiata è il fattore di ingrandimento. Se no: prendo M come rapporto delle tangenti, e poi:

$$\boxed{e = \frac{M+1}{M-1}}$$

La curva continua della 2.90 è "$\boxed{\frac{d}{D}\frac{f}{2c}}$"; si può vedere, nel nostro esempio numerico, che vale circa 0,3.

$$\hookrightarrow \underbrace{\frac{d}{D}}_{=0{,}1}\cdot\frac{f}{x} = 0{,}3 \longrightarrow 2c = \frac{f}{3} \longrightarrow \boxed{c = \frac{f}{6}}$$

Dalla definizione di e, $\boxed{e = \frac{c}{a}} \Longrightarrow \boxed{a = \frac{c}{e}}$ e il problema è risolto.

Può aver senso calcolare lo spessore dell'iperboloide: lo spessore tra il piano tangente al vertice e quello tangente al bordo. Ciò si fa ricordando che $\underline{v = a + c}$

$\frac{d}{2}\cot g\,\vartheta_f$.

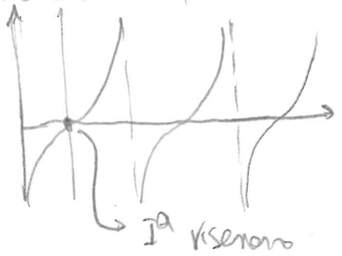
Progetto: progettare un dipolo a 300 MHz, banda $\in [280 \div 320]$ MHz, con $|\Gamma| < 0{,}2$, $Z_{\infty l} = 70\,\Omega$; determinare snellezza e lunghezza.

Si è detto dalla teoria che, nell'intorno della risonanza,

$$|\Gamma| \approx \frac{|x|}{2}$$

Prima di tutto: sulla banda si deve chiedere che, in banda, $|\Gamma| < 0{,}2$; dunque, $|x| < 0{,}4$ in banda. Come noto:

$$X \approx -Z_{\infty a} \cot\left(\frac{2\pi l}{v_f} f\right)$$



Se la valuto alla I^a risonanza,

$$-Z_{\infty a} \cot\left(\frac{2\pi l}{v_f} f\right)\Bigg|_{@ f_0 + \Delta f} \approx Z_{\infty a} \tan\left(\frac{2\pi l}{v_f} \Delta f\right)$$ ⇝ riferito a f_0.

per $\Delta f \to 0$,

$$\hookrightarrow \approx Z_{\infty a} \frac{2\pi l}{v_f} \Delta f$$

Noi abbiamo X; abbiamo informazioni su x; la "x" è normalizzata rispetto non a $Z_{\infty a}$, ma $Z_{\infty l}$: l'imp. caratteristica della linea di trasmissione. Dunque:

$$x = \frac{X}{Z_{\infty l}} = \frac{Z_{\infty a}}{Z_{\infty l}} \frac{2\pi l}{v_f} \Delta f$$

Il dipolo è lambda/2, dunque $l = \lambda_0/4$; $\lambda_0 = \frac{v_f}{f_0}$ ⇝ $\frac{2\pi l}{v_f} = \frac{\pi}{2}\frac{1}{f_0}$

$$\hookrightarrow x = \frac{Z_{\infty a}}{Z_{\infty l}} \frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_0}$$ ma, $x = 2\Gamma_{max}$

dove Δf è la semibanda, $Z_{\infty a}$ il valore dell'imp. caratteristica di antenna.

$$\hookrightarrow Z_{\infty a} = \frac{Z_{\infty l}\, 4\, \Gamma_{max}}{\pi} \frac{f_0}{\Delta f}$$

$$\hookrightarrow \frac{70\,\Omega \times 4 \times 0{,}2 \times 300\,\text{MHz}}{\pi \times 20\,\text{MHz}} \approx 267\,\Omega$$

Sappiamo che:

$$Z_{\infty a} = \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1\right] \frac{\zeta_0}{120} \longrightarrow \frac{2l}{a} = \exp\left(\frac{Z_{\infty a}}{\frac{\zeta_0}{120}} + 1\right)$$

(vedi formule per il 120) ; sarebbe $\boxed{\frac{\zeta_0}{\pi}}$

$$\hookrightarrow \frac{2l}{a} = 25{,}23$$ ⇝ questa è la snellezza.

(con banda del circa 10%).

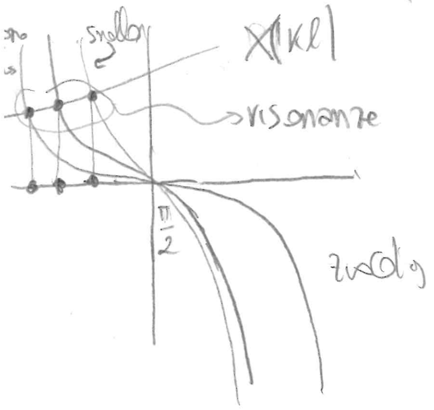
Determino a questo punto <u>esattamente</u> la lunghezza del dipolo: essa è circa $\lambda/2$, ma in realtà un po' meno.

A $\lambda/2$, si ha che $Z = (73 + j42)\,\Omega$ (numero magico) questo, per il dipolo ideale: a $\lambda/2$, si è già <u>oltre</u> la condizione di risonanza: rispetto all'ideale si deve aggiungere un termine correttivo che tenga conto della snellezza non ∞. Si deve aggiungere un termine correttivo:

$$Z = \underset{\text{Tabulata da grafici}}{R(kl)} - j\Big(\underbrace{Z_{0a}\,\mathrm{cotg}(kl)}_{\text{Termine principale}} - X(kl)\Big)$$

$X(kl) \to$ termine corretivo.

Per aver la risonanza, si deve far in modo che $Z_{0a}\,\mathrm{cotg}(\,)$ <u>compensi</u> X.



La freq. di risonanza dipende dalla snellezza. Il dipolo snello ha una risonanza molto più vicina a quella teorica, di un dipolo tozzo.

X è tale da <u>compensare</u>.

Noi abbiamo Z_{0a}; facciamo conti: una tabella: quando $X = Z_{0a}\,\mathrm{cotg}(\,)$, è fatta.

$\frac{\Delta l}{l_0}$	$Z_{0a}\tan\left(\frac{\pi}{2}\frac{\Delta l}{l_0}\right) \simeq Z_{0a}\frac{\pi}{2}\frac{\Delta l}{l_0}$	$X(kl)$ (da grafico)
0	0	0
0,1	41,94	32
0,07	29,36	33
0,08	33,55	≈ 33. (1,44)

$\to$ va bene!

$X(kl) \to kl = \frac{2\pi f}{v}\frac{v}{\Delta f}\cdot\frac{\pi}{2}$ (invece che in f esplicito in l, rispetto a l_0.)

$Z_{0a} = 267\,\Omega$

Per leggere dalla X, devo togliere a $\frac{\pi}{2}$ il 10% (0,1 = 10% della lunghezza, $\frac{\pi}{2}$ la lungh. nominale); $0{,}9 \times \frac{\pi}{2} \simeq 1{,}414$, leggo 1,414 sul grafico "X" (3.9, p.200) e trovo 32.

La lunghezza di risonanza è 0,92 di $\lambda/4$: <u>46 cm</u> = $\lambda/2$ <u>vede</u>.

$a \simeq 4$ cm (con $\frac{2l}{a} \simeq 23$)

Progetto di antenna a elica in modo "normale" - esempio di "analisi":

Dati: $h = 1mm$; $d = 1mm$; $\lambda = 12cm$ (120 mm)

Si definisca N come $N \triangleq \frac{1}{h}$; (numero di spire per millimetro)

$\hookrightarrow N = 1$;

dato ciò (tutto in mm, tanto facendo il conto che stiamo per fare si semplifica):

$\hookrightarrow \frac{N D^2}{\lambda} = \frac{N d^2}{\lambda} = 0{,}00833$; sostituisco ciò nel grafico di "M", 3.53 pagina 254, e ottengo:

$\xrightarrow{\text{da grafico}} M = 0{,}03$. (questo dal grafico).

Si usa poi una formula per determinare v_f funzione di M e del diametro.

La velocità di propagazione lungo l'asse è quella lungo $\hat{z}$.

Sul grafico, v_w è la velocità lungo la spira (l'intero avvolgimento!). È approssimato.

La formula che ci interessa è:

$$\left(\frac{c}{v_z}\right)^2 = 1 + \left(\frac{M\lambda}{\pi D}\right)^2$$

c/v_z è il rapporto tra "c" (velocità della luce) e la velocità della luce; questo è anche il rapporto tra un dipolo $\lambda/4$ e un'elica a esso "equivalente".

$$\hookrightarrow 1 + \left(\frac{0{,}03 \times 120}{\pi \times 1}\right)^2 = 1 + 1{,}313 = 2{,}313$$

Si ha un accorciamento della λ equivalente, dunque della antenna.

Ciò va a scapito della larghezza di banda e dell'efficienza: η elevata, buone prestazioni.

Progetto dimensioni antenna a elica - modo normale

Quello che si deve per esempio fare è usare gli stessi grafici, invertiti; l'idea è determinare il valore di M che ci dia una certa $\frac{c}{v_z}$.

Si fissa per esempio $d = \lambda/100$, $\lambda/50$, e da lì il passo, dunque M.

Si ipotizzi per esempio di voler ridurre di 3 volte la lunghezza dell'antenna:

$$\frac{v_z}{c} = \frac{1}{3}.$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{c}{v_z}\right)^2 = 1 + \left(\frac{M\lambda}{\pi D}\right)^2 \longrightarrow 3^2 = 1 + \left(\frac{M\lambda}{\pi D}\right)^2 \longrightarrow \left(\frac{M\lambda}{\pi D}\right)^2 = 8$$

Se fisso $D = \lambda/50$, trovo:

$$\hookrightarrow \left(\frac{M\cancel{\lambda}}{\pi \cancel{\lambda}} 50\right)^2 = 8 \longrightarrow M \simeq \frac{\pi}{50}\sqrt{8} \simeq 0{,}177;$$

Da M posso determinare il prodotto (grafico 3.53 p. 254) come:

$$\frac{ND^2}{\lambda} \simeq 0{,}035$$

Da qui è tutto noto, tranne $N = \frac{1}{h}$

$$\hookrightarrow \frac{\lambda}{h}\frac{D^2}{\lambda^2} = 0{,}035 \longrightarrow \frac{\lambda}{h} = 0{,}035 \times 50^2 = 87{,}5$$

$$\hookrightarrow \frac{h}{\lambda} = 0{,}0143$$

progetto ultimato.

Progetto di un'antenna log-periodica

Si progetti una antenna log-periodica con $G = 10\ dB$, $f \in [300 \div 1000]\ MHz$, $Z_i = 50\ \Omega$

Procedimento

Dal grafico a sinistra 3.46 p. 247, per avere $G = 10\ dB$, si vede che $\tau = 0{,}95$, con $2\alpha \approx 24°$: $\alpha \approx 12°$.

Facendo $\frac{c}{f}$, $\rightsquigarrow \begin{cases} \lambda_{min} = 30\ cm \\ \lambda_{max} = 1\ m \end{cases}$

Da qui, si può immediatamente calcolare l_{max} (nota: l è la semilunghezza del dipolo: 1 solo braccio!) come $\frac{\lambda_{max}}{4}$:

$l_{max} = 25\ cm$

Per l_{min}, non è $\frac{\lambda_{min}}{4}$ (vedi teoria), ma si deve ancora dividere per il fattore di banda attiva B; B si può determinare, a partire da α, col grafico 3.47 p. 248.

$\begin{cases} \alpha = 12° \\ \tau = 0{,}95 \end{cases} \longrightarrow B \approx 1{,}2$

$\hookrightarrow l_{min} = \frac{\lambda_{min}}{4} \times \frac{1}{B} = 6{,}25\ cm$

A questo punto si può determinare il numero di dipoli N:

$$l_{min} = l_{max}\ \tau^{N-1} \rightsquigarrow N = 1 + \log_\tau \left(\frac{l_{min}}{l_{max}}\right) = 1 + \frac{\log_{10}\left(\frac{l_{min}}{l_{max}}\right)}{\log_{10}(\tau)} = 28.$$

Ci saranno 28 elementi. Numerando da 0 a 27, ciascun i-esimo elemento ha lunghezza pari a:

$l_i = l_0\ \tau^i$, $l_0 = 25\ cm.$

Bisogna discutere del diametro di ciascun filo: si deve scegliere (in modo "quasi arbitrario", ma in modo che la snellezza sia sempre "circa costante", e che comunque i diametri minimo e massimo siano ragionevoli. Per esempio, $d_{max} = 10\ mm$, dunque $d_{min} = 10\ mm \times 0{,}95^{27} \cong 2{,}5\ mm$ è ragionevole.

Si noti che per i diametri spesso si arrotonda all'intero inferiore o superiore: 8,4 mm di diametro per esempio difficilmente è realizzabile. Si può produrre una tabella del tipo: (2B)

questi sono i vari valori dei singoli dipoli.

N	l (cm)	d (mm)
0	25	10 (imposto)
1	23,75	9,5
⋮	⋮	⋮
27	5,9	2,5

Bisogna a questo punto progettare la linea di alimentazione, in modo da vedere $Z_i = 50\Omega$.
Per fare ciò, si usa il grafico 3.49 p250*: per usarlo però è necessario capire quali sono i dati:

- Z_a è l'impedenza di antenna: quella che si determina con il logaritmo. In questo caso, come vedremo, si usa una definizione un po' alternativa.
- R_0 è la Z_i: quella che vogliamo all'ingresso.
- Z_0 è l'impedenza di riferimento della bifilare, incognita.

Partiamo da σ':

$$\sigma = \frac{1}{4}(1-\tau)\,\mathrm{cotg}(\alpha) = 0{,}0588; \qquad \sigma' \triangleq \frac{\sigma}{\sqrt{\tau}} \simeq 0{,}06.$$

Per la log-periodica, si usa:

$$Z_a = 120\left[\ln\left(\frac{\ell}{a}\right) - 2{,}25\right]$$ {dove "a" è il raggio del I° bipolo}

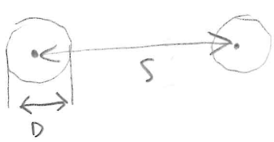
In questo caso, per il I°: $120 \times \left[\ln\left(\frac{250}{5}\right) - 2{,}25\right] = 199{,}4$

↳ $\frac{Z_a}{R_0} = 3{,}988$; → [dal grafico 3.49] → $\frac{R_0}{Z_0} = 0{,}61$ → $Z_0 = 82\Omega$

Per progettare la bifilare si usa la seguente formula: $(Z_0 \cdot (120\pi)\Omega)$

$$Z_{0b} = \frac{Z_0}{\pi}\cosh^{-1}\left(\frac{s}{D}\right)$$

↓
imp car. bifilare (82Ω)



man mano che si carica la bifilare, con i vari bipoli, l'imp. caratteristica diminuisce. Si parte dagli 80Ω e si arriva a circa 50, con i vari dipoli.

↳ $\frac{s}{D} = \cosh\left(\frac{Z_{0b}}{120}\right) = \cosh\left(\frac{82}{120}\right) = 1{,}243$

Quali "s" e "D" prendo? A buon senso se il diametro varia da 10 mm a 3 mm, la bifilare potrebbe avere lo stesso diametro, o poco più grande, della bifilare; 10 mm o un poco più va bene.

Progetto di un'antenna a parabola

Progettare un riflettore parabolico con $G = 40$ dB, $SH = -28$ dB (livello dei lobi secondari), $f = 12.5$ GHz, con un illuminatore a tromba rettangolare con $a = 1,2\lambda$, b tale per cui l'angolo a -3 dB nei due piani sia uguale ($\vartheta_{-3dB\,E} = \vartheta_{-3dB\,H}$).
Si chiede che $L = 2\lambda$, e che l'apertura dell'illuminatore sia maggiore o uguale dell'angolo a -10 dB. ($\vartheta_M \geq \vartheta_{-10dB}$).

Soluzione

Si parta dal trombino; per avere i lobi uguali a -3dB, dalla teoria, si sa che:

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{3} \longrightarrow b = \frac{3}{4}a = 0,9\lambda.$$

A questo punto, data questa condizione, si deve calcolare l'errore di fase per vedere se bisogna tenerlo in conto. Come noto dalla teoria,

$$s = \frac{b^2}{8\lambda l_e}, \quad t = \frac{a^2}{8\lambda l_h}$$

dove, al solito,

$$l_e = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + L^2} = 2,05\lambda; \quad l_h = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + L^2} = 2,088\lambda$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} s = 0,04939 \\ t = 0,086 \end{cases}$$

Queste variazioni di fase sono molto piccole: l'errore di fase, fino a circa $\frac{1}{8}$ (0,125), non è manco tabulato: è <u>trascurabile</u>

Sul piano E:

$$u_{-10dB} = \frac{b}{\lambda}\sin\vartheta_{-10dB}$$

da grafico "sopra" dei 2.19 p 44:

$$u_{-10dB} = 0,75 \quad @\ s=0$$

$$\longrightarrow \vartheta_{-10dB\,E} = \arcsin\left(\frac{u_{-10dB\,E}}{\frac{b}{\lambda}}\right) = 56,44°$$

Sul piano H:

$$v_{-10dB} = \frac{a}{\lambda}\sin\vartheta_{-10dB}$$

da grafico "sotto" dei 2.19 p. 44,

$$\hookrightarrow v_{-10dB} \simeq 1$$

$$\hookrightarrow \vartheta_{-10dB\,H} = \arcsin\left(\frac{v_{-10dB}}{\frac{a}{\lambda}}\right) \simeq 56,44°$$

Dei due angoli si dovrebbe prendere quello più critico,

In questo caso, essi sono uguali.

Dobbiamo ora scegliere ϑ_M: per iniziare, un primo tentativo può essere $\vartheta_M = \vartheta_{-10dB}$:

questo potrebbe andar bene, ma bisogna considerare la specifica sui SH.

$\vartheta_M = 56,4°$: a partire da ciò, f/D è:

$$\frac{f}{D} = \frac{1}{4} \cot g \left(\frac{\vartheta_M}{2} \right) = 0,47$$

Dobbiamo calcolare l'efficienza di apertura ν, ma prima verificare il livello dei lobi secondari; per far ciò è necessario usare il grafico 2.59 p. 101, che richiede il taper "t" ai bordi. I "bordi" sono per $\vartheta = \vartheta_M$, dunque:

$$t = \left. \frac{E(\vartheta_M)}{E(0)} \right|_{dB} = \underset{(\alpha_s)}{\alpha_{spaziale}} + \underset{(\alpha_f)}{\alpha_{feed}}$$

dove

$$\alpha_{feed} \approx 10 \left(\frac{\vartheta_M}{\vartheta_{-10dB}} \right)^2 \quad (dB)$$

$$\alpha_{spaziale} \approx 40 \log \sec \left(\frac{\vartheta_M}{2} \right)$$

Per questo caso, dunque,

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_s = -2,195 \text{ dB} \\ \alpha_f = -10 \text{dB} \end{array} \right\} \longrightarrow t = -12,19 \text{ dB}$$

Come si può vedere da 2.59, non basta. Bisogna allargare ϑ_M.

$$\hookrightarrow \vartheta_M = 62°: \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha_f = -12,07 \text{ dB} \\ \alpha_s = -2,67 \text{ dB} \end{array} \right. \longrightarrow t = 14,74 \text{ dB}$$

Si noti che, con questo ϑ_M, ora:

$$\frac{f}{D} = \frac{1}{4} \cot g \left(\frac{62°}{2} \right) = 0,416 \quad : \text{è variato } \frac{f}{D}.$$

Dal grafico 2.58 p 100, si può vedere che $\nu \approx 0,78$

A partire ora da $G_{max} = 40$ dB, sapendo che:

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{geom} \nu \quad , A_{geom} = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 , \quad D = \sqrt{G \frac{\lambda^2}{\pi^2} \frac{1}{\nu}} \; ;$$

$\lambda = \frac{c}{f} = 24$ mm

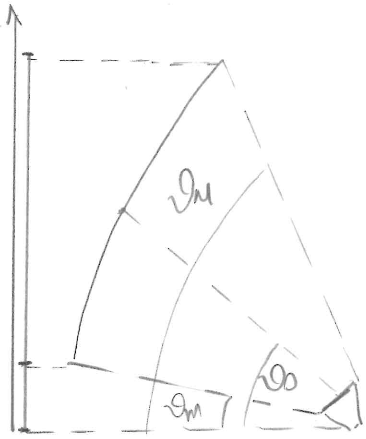
$\hookrightarrow D = 86,5$ cm ;

$f = 36$ cm ; si può infine calcolare la profondità della parabola come:

$$\frac{P}{D} = \frac{1}{4} \tan \left(\frac{\vartheta_M}{2} \right)$$

Paraboloide offset

Dati $\frac{f}{D} = 1$, $\varepsilon = 0{,}1\,D$, si richiede di calcolare il taper ai bordi e rispetto alla direzione di massima irradiazione (che va determinata).



Come noto, vale la formula:

$$r = 2f \tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right)$$

dove "r" è il punto considerato delle proiezioni del paraboloide su un asse verticale.

Da qui, si possono ricavare i 3 angoli:

$$\vartheta_m : \varepsilon = 2f \tan\left(\frac{\vartheta_m}{2}\right) \longrightarrow \vartheta_m = 5{,}7^\circ \,;$$

$$\vartheta_M : \varepsilon + D = 2f \tan\left(\frac{\vartheta_M}{2}\right) \longrightarrow \vartheta_M = 57{,}62^\circ \,;$$

L'angolo ϑ_0 di massima irradiazione è quello tale per cui:

$$\vartheta_0 : \varepsilon + \frac{D}{2} = 2f \tan\left(\frac{\vartheta_0}{2}\right) \longrightarrow \vartheta_0 = 33{,}4^\circ .$$

Dobbiamo calcolare il taper, e per far ciò servono α_s e α_f. Una nota, rispetto al paraboloide simmetrico:

- si ipotizza, visto che non si ha altro, che $\vartheta_{-10dB} = \vartheta_M$;
- α_f si valuta rispetto alla direzione di massima irradiazione; la formula che si userà per i vari ϑ, dunque, sarà, per il paraboloide offset:

$$\alpha_f = 10 \left(\frac{\vartheta - \vartheta_0}{\vartheta_{-10dB} - \vartheta_0}\right)^2$$

- α_s si valuta, al solito, rispetto al fuoco.
- si calcolano i taper, e si fa in modo che quello per ϑ_0 sia nullo: $t_{norm} = t - t_{\vartheta_0}$
(es: $2{,}295 + 10 - 0{,}75$)

Calcoliamo tutto nella tabella seguente:

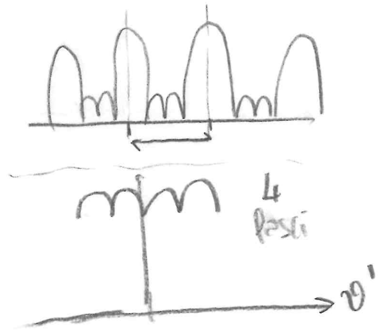
ϑ	α_s dB	α_f dB	t dB	t normalizzato a ϑ_0 dB
ϑ_0	0,748	0	0,748	0
ϑ_M	2,295	10	12,95	11,55
ϑ_m	0,0215	13,08	13,1	12,35

Esempio - schiere a scansione elettronica

Schiere a 2 bit: 4 elementi, a 2 bit

Se $\Phi = 180°$, la schiera non ha scansione corretta! Si avrà sempre un grating lobe, poiché il fattore di schiera è: due lobi, un lobo principale, e così via, periodicamente.

(Φ è lo sfasamento progressivo degli elementi)



Se $\Phi = \pi$, si han sempre "due semi-lobi" primari.

Idea: invece che partire da $0°$ o $-180°$, "parto" da $-135°$; in questo modo, come sfasamenti avrò, ogni $90°$ di scatto, $-135°$, $-45°$, $+45°$, $+135°$. Sappiamo che $-kd + \Phi < \psi < kd + \Phi$.

Volendo $\vartheta_s = 45°$ (angolo massimo di $45°$ di scansione)

$$kd \sin \vartheta_s + \Phi : \quad kd \sin 45° = -\Phi \longrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\vartheta_s) = -\Phi = \left| \frac{3}{4}\pi \right|$$

ϑ_s è la massima scansione, Φ il massimo sfasamento.

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{3}{8} \frac{1}{\sin(\vartheta_s)} = \frac{3}{8} \frac{1}{\sin(45°)} = 0{,}53$$

In questo modo (chiedendo $\sin 45°$) imponiamo che l'ultimo elemento sia $+45°$. Φ è il massimo scostamento che si può fare; da $-45°$ a $+45°$ ci si sposta di $135°$ con quei fasci.

Abbiamo grating lobes? Dobbiam verificare:

$$\frac{d}{\lambda} < \frac{N-1}{N} \frac{1}{1+\sin(45°)} = 0{,}43 \longrightarrow \text{no!}$$

Volendo fissare N, l'unica cosa che si può cambiare è ϑ_s, ossia l'angolo massimo di scansione. Si può cercare quel ϑ_s per cui queste relazioni sian entrambe soddisfatte.

Riassumo l'esempio:

1) Si osservano i dati
2) Si capisce che $\Phi = 180°$ non è valido a causa della certezza dei grating lobes;
3) Si decide il minimo/massimo sfasamento Φ e da esso, noto ϑ_s, si calcola d
4) Se $d < d_{max}$, fine; altrimenti, si cambia una specifica (Φ o ϑ_s).

Progetto di massima di schiera planare - circolare

Dato $G = 40$ dB, volendo un'apertura a fascio simmetrico,

$$\vartheta_{3dB}^2 = \frac{3E4}{G} = \frac{3E4}{10^4} = 3 \Rightarrow \vartheta_{3dB} \approx 1,7^\circ .$$

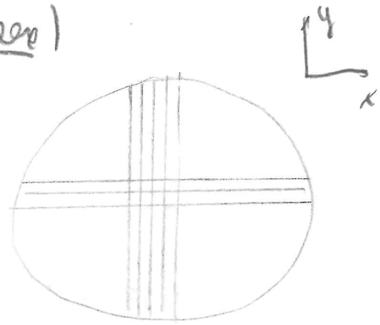
(approssimando una schiera con tanti elementi a un'apertura).

Per l'apertura circolare,

$$\vartheta_{3dB} \cong \frac{60\lambda}{D}$$ D diametro, ϑ in gradi

dunque: $\frac{D}{\lambda} = \frac{60}{1,7} \approx 35$

Data apertura di 35λ, quanti elementi dovremmo mettere?
Dipende: se la schiera è broadside, 35λ bastan poco più di 35 elementi; volendo però fare una scansione fino a 45°, si può ipotizzare (per schiera lineare)



$$\frac{d_{max}}{\lambda} = \frac{N-1}{N}\frac{1}{1+|\sin 45|} = \frac{N-1}{N}\frac{1}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 0,6 \quad (0,586) \qquad \left(\frac{N-1}{N} \approx 1\right)$$

Se $d/\lambda = 0,55$, si può fare un reticolo rettangolare: una schiera circolare con reticolo rettangolare.

Ragionare in termini esatti non è semplice; possiamo ragionare in termini di aree, vedendo che un elemento deve occupare:

$(0,55\lambda)^2 = 0,03\lambda^2$;
L'area del cerchio è:
$\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{35^2}{2^2}\right)\lambda^2 = 962\lambda^2$

$\Rightarrow \frac{962\lambda^2}{0,03\lambda^2} = \underline{32000}$ elementi.

Nota: $N = 2^B$; N è il numero di elementi, ma in una direzione!

$$N_x = \frac{35}{0,55} \approx 64.$$

Ri-approssimo! Se uso $N_x = 64$, d è: $d = \frac{35}{64} = 0,547$

Questo è minore di 0,55 che era già OK!

Con 6 bit si riesce a fare 'ste cose.