FILTRI E RETI NON LINEARI

[17/11/08]

Il materiale sta su:
www.delen.polito.it/staff/biey
Cosa si fa? Pagina web stampata!
Il titolo del corso mostra che ci sono DUE CORSI DIVERSI in uno.
Filtri: impareremo a progettare dispositivi: filtri elettrici. Qualcosa che "separa" parti di segnali da altri. Si "selezionano" le frequenze dello spettro di un segnale. Ci occuperemo di filtri LC: i primi filtri realizzati (e ancora usati), e LC attivi (usando amplificatori operazionali, resistori e condensatori); gli induttori infatti son brutti perché servono le lavorazioni che sono macchine che richiedono spazio attorno ed un ferromagnete. Pure l'induttore è un "costo", quindi si tende a volerli eliminare.
La parte di filtri dura 3 settimane e mezza circa.
Reti non lineari: vedremo reti di vario tipo! Resistori, induttori non lineari.
Lavoreremo sul circuito di Chua, circuito che presenta tutte le caratteristiche studiando generale reti non lineari.
Memristor: predetto da Chua nel 70, e poi costruito nel maggio scorso!
Il non-lineare è bello! Dopo ci piacerà!

Testi: circuiti RC-attivi
Active and passive filter design, 1993
Strogatz sul non lineare (Nonlinear dynamics and chaos)

Esame: breve prova scritta, e orale sul non-lineare. Si avrà con un progetto, e si fa a coppie.

User: elt

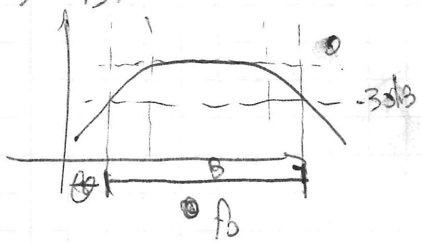
Pass: 2008

Lezione!

Diagramma del campo di applicazioni: alcune strutture sono preferibili ad altre, in termini di frequenza.

Un filtro deve cercare di isolare una certa banda di frequenza rispetto alle altre. ~~[illegible]~~ Un filtro può lavorare ai kHz ai GHz, altro!

Si definisce il Q del filtro (come vedremo meglio) nel grafico come il rapporto tra il fattore di guadagno e la banda 3 dB.



$Q \triangleq \frac{f_0}{B}$

Poi ancora è un rapporto Q-frequenze, e a seconda delle frequenze si usano filtri di tipo diverso; i filtri con le curve più selettive e più stabili sono i filtri ceramici!

Tra tutte le tecnologie di progetto della figura, ci sono però alcuni punti in comune!

Come si progetta? Diagramma

Si usa un punto di partenza, un circuito che già si conosce, e si vuole migliorare! Vedi due casi: si prende il circuito di un concorrente, e si analizza il circuito confrontando il suo risultato con le specifiche che si vogliono ottenere (con SPICE)

A questo punto si modificano i parametri del circuito, fino ad ottenere un confronto favorevole. I tentativi devono essere intelligenti!

Date le specifiche, si cercano tutte le possibili topologie e si tirano fuori le più idonee.

Altro modo di procedere: APPROSSIMAZIONE e SINTESI: si prendono le specifiche e si traducono in un certo numero di formule; il progettista TRADUCE LE SPECIFICHE in funzioni della frequenza!

Inizia poi la parte di sintesi: vedremo come è possibile, a partire dai algoritmi specifici implementabili da calcolatore, trovare uno o più circuiti che funzionino bene. Poi con la sintesi come vedremo otterremo TUTTE le soluzioni possibili, e noi dovremo scegliere quella che per noi è la migliore :)

Non sempre è possibile fare tutto ciò, coi filtri è buona cosa.

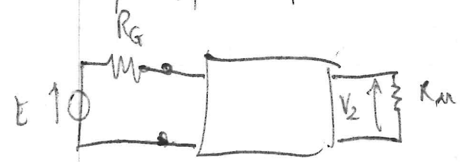
I filtri sono stati sviluppati negli anni 30: Bode, Brune,

Ci occuperemo sostanzialmente del progetto di doppi bipoli (1 entrata 1 uscita)

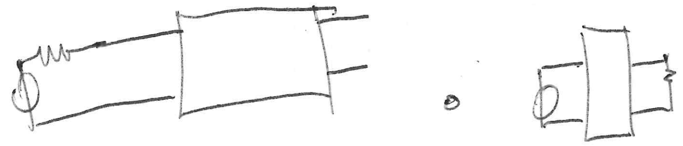
Funzioni usate nel progetto di doppi bipoli

Consideriamo 2 casi:

1) Doppio bipolo con generatore in ingresso e carico di uscita: SISTEMA CARICATO DAI DUE LATI.

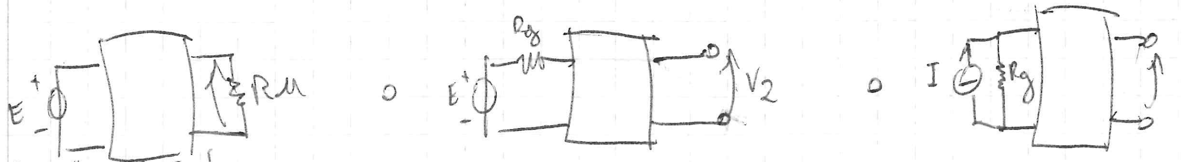


2) Ci sono situazioni in cui si ha un doppio bipolo caricato da un lato solo: o il generatore è ideale ($R_G=0$), o l'uscita è a vuoto o in corto circuito.



o

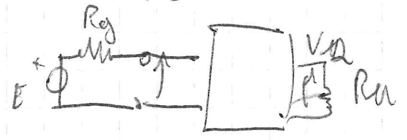
Di solito non si usa l'uscita di cortocircuito: o si ha un generatore ideale di corrente chiuso su resistenza, o un generatore di tensione ~~chiuso~~ ideale così:



FUNZIONI USATE:

Si definisce il coefficiente di trasmissione dato il circuito:

$$t(s) \triangleq 2\sqrt{\frac{R_g}{R_u}} \cdot \frac{V_2(s)}{E(s)}$$



(Questo sarebbe il S_{21} dei parametri scattering)

C'è un significato energetico in questa definizione: dato $s = j\omega$, si ha il comportamento del circuito a regime sinusoidale. Vediamo che:

$$P_d = \frac{|E|^2}{4R_g} \quad ; \quad P_2 = \frac{|V_2|^2}{R_u} \quad ;$$

$$|t(j\omega)|^2 = \frac{4R_g}{R_u}\frac{|V_2|^2}{|E|^2} = \frac{P_2}{P_d}$$

Ossia abbiamo un'idea di quel che capita nella potenza trasmessa! A seconda di come si sceglie $t(j\omega)$, si può avere una certa potenza

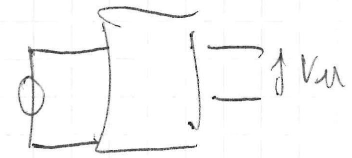
Spesso si usa α_t definito come:

$$\alpha_t(\omega) \triangleq 20\log\left|\frac{1}{t(j\omega)}\right|$$

α_t è detto "attenuazione trasduttore" ed è legato al coefficiente di trasmissione.

Volendo che, a seconda di ω, ci sia una certa potenza, in un altro punto ecc un altro (in una certa banda 0, in un'altra 1, o via).. si fa il progetto.

Altra funzione: se il circuito non è caricato né da un lato né dall'altro (come nel caso di filtri RC attivi):



Vedi Bonsé :)

Come grandezza si può prendere

$$K_v(s) \triangleq \frac{V_u(s)}{V_e(s)} \quad ; \quad \text{guadagno di tensione}$$

$$\alpha_v(\omega) \triangleq 20\log\left|\frac{1}{K_v(j\omega)}\right| \quad \text{(attenuazione di tensione).}$$

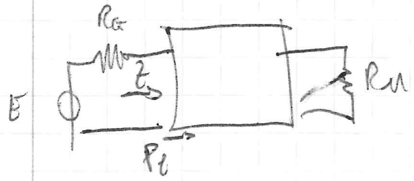
Altra è α_m:

$$\alpha_m = 20\log\left|\frac{1}{Z_m}\right|$$

In genere definiamo "funzione di rete" $H(s)$ come..

$$\alpha = 20\log|H(s)|$$

Per vedere un caso di come si fa la sintesi introduciamo un'altra funzione: dato un doppio bipolo caricato dai due lati, definiamo il coefficiente di riflessione all'entrata ρ:



$$\rho(s) \triangleq \frac{R_g - Z(s)}{R_g + Z(s)}$$

Ci interessa vedere cosa capita in regime sinusoidale! Data $Z = R + jX$,

$$|\rho(j\omega)|^2 = \frac{(R_g-R)^2+X^2}{(R_g+R)^2+X^2} \quad \cancel{\text{Assumendo al ...}} \quad = 1 - \frac{4RR_g}{(R_g+R)^2+X^2}$$

$$P_1 = R|I_1|^2 \;;\; = R\cdot\frac{|E|^2}{|R_g+Z|^2} = \frac{R|E|^2}{(R_g+R)^2+X^2}$$

Rapportando P_L su P_{max}, ottengo proprio il termine di prima!

$$\frac{P_L}{P_{max}} = \frac{4 R R_G}{(R_G+R)^2+X_L}$$

Quindi:

$$|S(j\omega)|^2 = 1-\frac{P_L}{P_{max}} = \frac{P_{max}-P_L}{P_{max}} \triangleq \frac{P_R}{P_{max}}$$

P_R è la potenza riflessa: $P_{max}-P_R$: della potenza disponibile una parte viene riflessa!
Il coeff. di riflessione è il rapporto tra potenza riflessa e normale, riflessa a causa del disadattamento all'entrata!

Il doppio bipolo di solito viene realizzato come LC: ma vantaggi: essi NON DISSIPANO POTENZA, $P_1=P_2$!

$P_1 \rightarrow$ [LC] $\rightarrow P_2$

Vale QUINDI IN QUESTO CASO LA RELAZIONE:

$$|t(j\omega)|^2+|S(j\omega)|^2=1 \quad \text{(solo con reti LC)}$$

Si può dimostrare che le condizioni $0\le|t(j\omega)|^2\le 1$
$0\le|S(j\omega)|^2\le 1$

sono sufficienti e necessarie al fine di realizzare il circuito: dati questi circuiti è sempre possibile trovare un'impedenza Z tale per cui valga ciò. (Teorema di Darlington)
([illegible])

FILTRI

Generalità

Un filtro è un doppio bipolo (di solito), che, quando analizzato in frequenza, risulta avere uno o più intervalli di frequenza in cui l'attenuazione si mantiene inferiore ad un certo valore massimo prescritto; essa può subire oscillazioni, ma NON supera del valore fissato.
Il filtro deve avere uno o più di questi intervalli, detti "bande passanti".
Banda attenuata: dove l'attenuazione rimane al di sopra di un certo livello.
L'intervallo di frequenza di passaggio dalla banda passante a quella di attenuazione sono le frequenze di transizione.

Buona cosa è spesso la fase lineare ϕ, o il ritardo di gruppo (derivata della fase) $\tau(\omega) = -\frac{d\phi}{d\omega}$

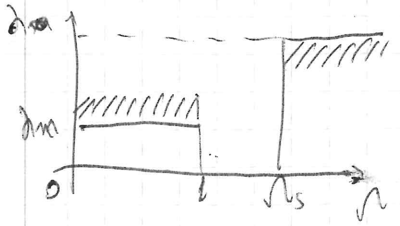
Possono esservi altre specifiche, su ϕ e τ, e così.
Devono essere anche chiare le condizioni di carico delle porte.
Maschere dei filtri! Con i coefficienti di attenuazione (anziché di guadagno, alla Sansé)

20/11/08

Abbiamo visto i filtri più comuni, con formato "banda attenuata".
Per progettare gli filtri, si è pensato di prediligere normali, con un certo numero di filtri,

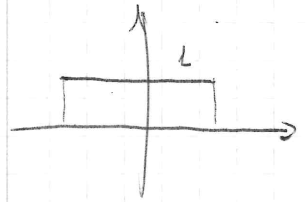
Si può fare tutto partendo dal filtro "passa basso normalizzato"
Filtro passa basso normalizzato
Sarebbe in pratica così fatto: si indica la pulsazione con Ω,

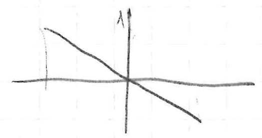
Cioè:



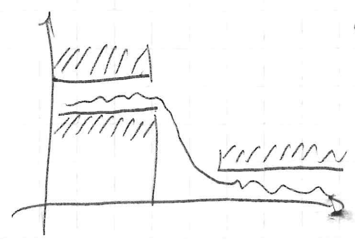
Vogliamo sfruttare questi manuali, e cioè.

Come deve essere un passa basso normalizzato? Deve avere banda passante a "porta", e la fase lineare.





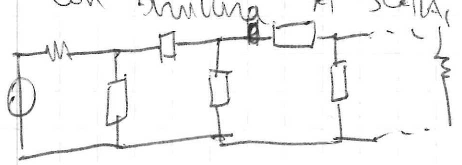
Un filtro del genere bisognerebbe rispettare ancora prima di essere realizzato (vedi: NON È CAUSALE). Dobbiamo accontentarci del fatto che il modulo sia dentro una certa fascia, e l'attenuazione al di sopra di una certa fascia, senza però l'idealità!



sempre $H(s)$ < stabile (poli nel semipiano sinistro) / fase minima (zeri nel semipiano sinistro)

Se vogliamo usare funzioni di questo tipo, non si riesce al contempo di approssimare MODULO e ARGOMENTO. Bisogna tenere dei compromessi, in modo da ottenere una fase più lineare possibile.

Il problema pratico è il seguente: in generale vorremmo doppi bipoli con struttura A SCALA, ossia così: (reti LC a scala)



In questo conviene dal punto di vista pratico.

Le operazioni di messa a punto (tuning) si possono in questo modo mettere a punto facilmente, in reti a scala.

In una rete a scala LC non si riescono a produrre zeri di trasmissione sul semipiano destro, perché gli zeri si ottengono quando l'impedenza di uno dei rami serie diventa infinita, o quella di uno dei rami paralleli diventa 0, e ciò non può essere se non in corrispondenza dei poli o degli zeri dei vari rami.

"Un'impedenza LC ha zeri e poli tutti sull'asse $j\omega$"

Esempio:

$$\longrightarrow sL+\frac{1}{sC}=\frac{s^2LC+1}{sC}$$ (polo in 0, zero in $-\frac{1}{LC}=s^2$

Quindi non si possono avere zeri e poli nel semipiano di dx! Questa è una conferma!

A volte si approssima a ideale il modulo, poi si "aggiusta" la fase con un EQUALIZZATORE DI FASE, ossia un dispositivo con funzione del tipo:

$$H(s)=\frac{s^2-as+b}{s^2+as+b} \longrightarrow |H(j\omega)|=1,$$ ma la fase varia!

Noi ci limiteremo di approssimare il modulo (filtri di ampiezza). Per il primo passo.

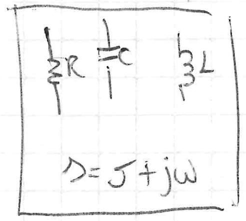
Come possiamo sfruttare i dati dei manuali per la maschera prima presentata? Normalizzazione.

Normalizzazione

È qualcosa che può essere applicato in molti casi.

Data una rete "vera", composta da resistenze, condensatori, induttori,

RETE "VERA"



$\longrightarrow$ RETE NORMALIZZATA

$r = \frac{R}{R_0}$ $c = C R_0$

$l = L/R_0$

si costruisce una "rete normalizzata" con la stessa topologia della precedente, ma con una $r = \frac{R}{R_0}$, $c = C \cdot R_0$, $l = \frac{L}{R_0}$

(rete normalizzata rispetto a una resistenza R_0)

Cosa capita?

$Z_L = sL \longrightarrow Z_L = s l = s \frac{L}{R_0}$ $Z_C = \frac{1}{sc} = \frac{1}{sCR_0}$

delle impedenze

Quindi si ha solo normalizzazione delle impedenze. Se si ha invece a che fare con grandezze normalizzate, la funzione di trasmissione è inalterata:

$$\frac{V_u}{V_g} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

"Normalizzando rispetto a una resistenza R_0, nella rete normalizzata le impedenze son divise per R_0, le ammettenze moltiplicate per R_0, le funzioni di rete prive di dimensioni rimangono inalterate".

Consideriamo $\frac{s}{\omega_0}$, e chiamandolo p, $p = \frac{s}{\omega_0}$,

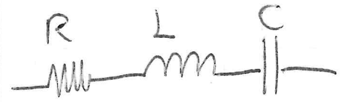
$p = \Sigma + j\Omega$

Sull'asse immaginario capita che $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$, $\omega_0 = 2\pi f_0$

Dato sto cambio di variabili, le funzioni assumono gli stessi valori:

quando $\Omega = 1$, è come dire $f = f_0$

Quindi:



$\longrightarrow Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC} = R \cdot \frac{s}{\omega_0} \omega_0 L + \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} \omega_0 C} =$

$= R + pl + \frac{1}{pc}$ $l = L\omega_0$, $c = C\omega_0$

Questa è una normalizzazione rispetto ad una frequenza f_0.

(si può fare per le resistenze, per le frequenze, per quel che si vuole).

Rete normalizzata rispetto a R_0 e ω_0.

$r = R/R_0$
$c = C R_0 \omega_0$
$l = \frac{L}{R_0} \omega_0$

Ciò ha un duplice vantaggio:

1) Uno può prendere un generico circuito, e cambiare i valori dei componenti, cambiando la normalizzazione! In questo modo si possono ottenere valori meno "sparsi", più VICINI ALL'UNITÀ! (rivedi 1:1)

2) Nel catalogo tutto è riferito a valori UNITARI; dal manuale dunque si può ottenere ciò che si vuole, a partire dalla moltiplicazione.

Ad esempio, in una rete RLC, dato $R_0 = 10^3$, $\omega_0 = 2\pi 10^6$, si possono normalizzare le grandezze, e bla. VEDI SUOI APPUNTI CON LA RETE RLC!

Prendendo da un manuale le reti normalizzate, moltiplicando per i valori giusti, tipo da 1 a 1,2 MHz, e così via modificando si riesce a ottenere il progetto interessato.

Bene, NORMALIZZA PER VALORI NUMERICI, non per le unità di misura.

Nota: con il set Daniele, $\omega_0 = 10^6$, $R_0 = 10^3$, se no $\omega_0 = 10^9$, $R_0 = 10^3$

Cerchiamo di vedere come fare per passare da una formula matematica alla "sintesi" della rete.

Vogliamo "passare" dal quadrato dell'ampiezza alla funzione

$$|t(j\omega)|^2 \xrightarrow{?} t(s)$$

Generatrice del modulo

Data una generica funzione di rete:

$$H(s) = \frac{f(s)}{g(s)}$$

La generatrice del modulo è la funzione:

$$\boxed{H(s)\,H(-s)}$$

Se $s = j\omega$, $H(j\omega)\cdot H(-j\omega)$, abbiamo una funzione per il complesso coniugato, e dunque il modulo quadro.

Essa è pari in $s = j\omega$, e quindi

$$s^2 = -\omega^2$$
$$\downarrow$$
$$|H(j\omega)|^2$$

Dalla variabile ω passiamo al piano complesso "s".

Si noti che gli zeri e i poli hanno una simmetria quadrantale, rispetto all'asse delle ordinate! Se c'è una coppia sull'asse immaginario, questa ha molteplicità pari

La strategia è: Supponiamo che deve essere stabile: gli zeri di $g(s)$ devono essere tutti sul semipiano sinistro, a sinistra dell'asse ω!

$$H(s) = \frac{f(s)}{g(s)}$$
$$\downarrow$$
$$|H(j\omega)|^2 \xrightarrow[\omega^2 = -s^2]{} H(s)\,H(-s) = \frac{f(s)\,f(-s)}{g(s)\,g(-s)}$$

~~Il primo passo è~~ L'unico: $f(s)f(-s)$ deve fare il numeratore del modulo

1° passo: creiamo la generatrice del modulo

Esempio:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1+2\omega^2}{1+\omega^6} \longrightarrow H(s)\,H(-s) = \frac{(1-\sqrt{2}\,s)(1+\sqrt{2}\,s)}{(1-s)(1+s+s^2)(1+s)(1-s+s^2)}$$

Quindi, cerchiamo di capire:

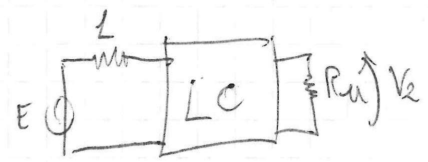
$$g(s) = (1+s)(s^2+s+1) = s^3+2s^2+2s+1$$

Abbiamo dunque due soluzioni: $\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{1-\sqrt{2}\,s}{s^3+2s^2+2s+1} \\[2ex] \dfrac{1+\sqrt{2}\,s}{s^3+2s^2+2s+1} \end{array}\right.$

Tutte hanno lo stesso modulo, dobbiamo partire da una di esse! Una buona è la II°, perché a fase minima!

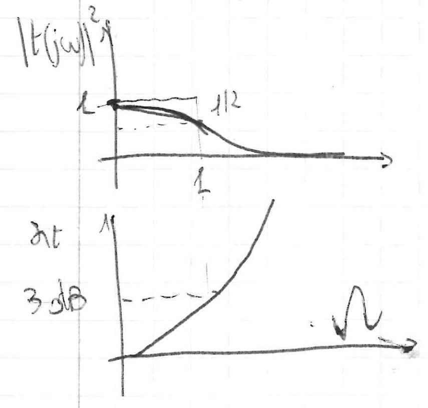
Consideriamo:

$$|t(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\Omega^6}, \quad e$$



$$t(p) = 2\sqrt{\frac{R_g}{R_u}}\,\frac{V_2}{E}$$

Questa funzione ha questo andamento:



Vediamo che

$$t(p)\,t(-p) = \frac{1}{1-p^6} = \frac{1}{(1-p^3)(1+p^3)} = \frac{1}{(1-p)(p^2+p+1)(1+p)(p^2-p+1)}$$

$$\longrightarrow f(p) = 1$$

$$g(p) = (1+p)(1+p^2+p) = p^3+2p^2+2p+1$$

[si sceglie la parte a poli non positivi!]

Ora bisogna cercare di risalire alla ~~funzione~~ impedenza di entrata

Come avevamo visto l'altra volta,

$$|t(j\omega)|^2 + |\rho(j\omega)|^2 = 1$$

$$\frac{f(p)\,f(-p)}{g(p)\,g(-p)} = 1 - H_\rho \qquad H_\rho \text{ funzione generatrice di } \rho$$

$$H_\rho = 1 - \frac{f(p)\,f(-p)}{g(p)\,g(-p)}$$

Il denominatore di ρ coincide con quello di $t(p)$

$$\rightarrow \rho(p) = \frac{h(p)}{g(p)} \qquad \text{(funzione del coeff. di riflessione)}$$

$$\rightarrow f(p)\,f(-p) + h(p)\,h(-p) = g(p)\,g(-p)$$ [equazione di puro, con il MCD]

$$= \cancel{\ldots} = \cancel{1} + h(p)h(-p) = \cancel{1} - p^6 \rightarrow h(p)\,h(-p) = -p^6$$

Ora dobbiamo scegliere h; potrebbe essere ad esempio, $\pm p^3$:-)

Quindi, come polinomi abbiamo che:

$$\begin{cases} h(p) = \pm p^3 \\ g(p) = p^3 + 2p^2 + 2p + 1 \\ f(p) = 1 \end{cases}$$

Prendiamo la definizione di ρ:

$$\rho(s) \triangleq \frac{R_G - Z(s)}{R_G + Z(s)}$$

$$\rightarrow \rho(1+z) = 1 - z \rightarrow \rho + \rho z + z = 1 \rightarrow z(1+\rho) = 1 - \rho$$

$$\rightarrow z = \frac{1-\rho}{1+\rho} \rightarrow = \frac{1 - \frac{h}{g}}{1 + \frac{h}{g}} = \frac{g-h}{g+h} =$$

Dato $h = p^3$,

$$\rightarrow z = \frac{\cancel{p^3} + 2p^2 + 2p + 1 \cancel{- p^3}}{2p^3 + 2p^2 + 2p + 1}$$ (prendendo l'altro, cambia la sintesi della rete! :-))

La sintesi ora si può fare mediante un metodo detto "divisioni successive"

Finché ho il den. di grado più elevato, faccio la divisione:

$$Y = \frac{2p^3 + 2p^2 + 2p + 1}{2p^2 + 2p + 1} \longrightarrow \begin{array}{l|l} 2p^3 + 2p^2 + 2p + 1 & 2p^2 + 2p + 1 \\ \hline -2p^3 - 2p^2 - p & p \\ \hline // \quad // \quad p + 1 & \end{array}$$

$$= p + \frac{p+1}{2p^2 + 2p + 1}$$

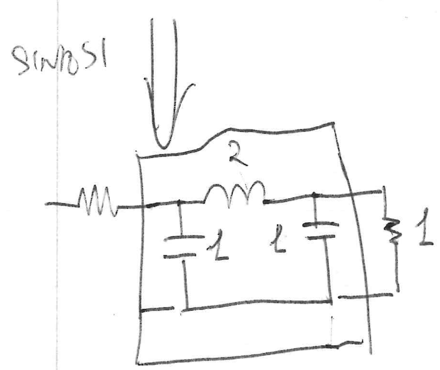
Ma quindi "p" è un condensatore [di valore] in parallelo a tutto il resto!

Poi ri-ribalto,

$Y_1 = \ldots$

$$Z_1 = \frac{2p^2 + 2p + 1}{p+1} = \begin{array}{l|l} 2p^2 + 2p + 1 & p+1 \\ \hline -2p^2 - 2p & 2p \\ \hline // \quad // \quad +1 & \end{array} = 2p + \frac{1}{p+1}$$

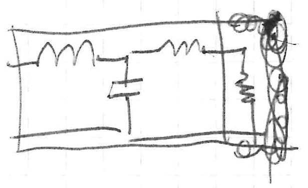
Quindi ora avremo un induttore di valore 2, e un'impedenza di valore $\frac{1}{p+1}$, ma quindi in serie al parallelo di un condensatore e una resistenza!



FINITO!

Questo procedimento funziona bene con il numeratore costante, altrimenti bisogna fare cose un po' più complicate, perché dovremmo estrarre dei risonatori.

Avremmo preso il "-", sarebbe saltata fuori una struttura regolare ma con due induttori e un condensatore!



Questa è l'applicazione del disegno del primo giorno!

Ci son modi più furbi di fare le divisioni successive

Es.:

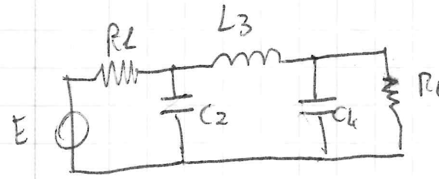
Z	$2p^3+2p^2+2p+1$	$2p^2+2p+1$	Y
	$\frac{2p^3+2p^2+2p+1}{/\!/ \quad /\!/ \quad p+1}$		p (I quad.)
$2p$ (II quad.)		$\frac{2p^2+2p}{/\!/ \quad /\!/ \quad 1}$	
			$p+1$ (III quad.)

Considerazioni fisiche: quando facciamo la sintesi, non sappiamo cosa venga fuori. Qui si può prevedere: a frequenza 0, il coeff. di trasmissione vale 1, e quindi in continua c'è la massima trasmissione di potenza!

Nella funzione di partenza, $t(p)$, per ogni zero di trasmissione abbiamo un componente reattivo! Quindi, facendo i calcoli, è di fatto possibile prevedere la struttura del filtro!

ESERCIZI

Si consideri il circuito:



$R_1 = R_4 = 75\,\Omega$

$C_2 = C_4 = 200$ pF

$L = 3\,\mu H$

Si determinino le costanti di normalizzazione R_0 e ω_0 in modo che, nel circuito normalizzato, $r_1 = r_4 = 1\,\Omega$, $c_2 = c_4 = 1F$

$R_0 = 75$

$C = 1F \longrightarrow 200$ pF $\quad c = C \cdot R_0 \cdot \omega_0 \quad \frac{1}{200\cdot 10^{-12}\cdot 75} = 66,\bar{6}\cdot 10^{6}$

$l = \frac{8}{3}\cdot 10^{6}$

Usando le div. successive, sintetizziamo

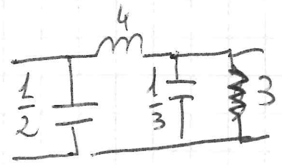
$C(s) = \frac{2s^2+3s+2}{2s^3+7s^2+9s+5}$

Z	~~$2s^3+7s^2+9s+5$~~	~~$2s^2+2s+1$~~	Y
	~~$\frac{2s^3+7s^2+9s+4}{/\!/ \quad 5s^2+8s+1}$~~		~~s (I)~~

Z	$2s^3+7s^2+9s+5$	$2s^2+3s+2$	Y
	$\frac{2s^3+7s^2+9s+5}{/\!/ \quad 4s^2+7s+5}$		s (I)
2 (III)		$\frac{4s^2+7s+5}{/\!/ \quad s+1}$	

Z	$2s^3+7s^2+9s+5$	$2s^2+3s+2$	Y
	$2s^3+7s^2+9s+5$		s
	// s		

Z	s^3+2s^2+2s+1	$2s^2+4s+3$	Y
	s^3+2s^2+2s+1	$2s^2+4s+3$	$\frac{1}{2}s$ (I°)
$4s$ (II°)	// // $\frac{1}{2}s+1$	// $+4s+3$	$\frac{1}{6}$ (III)
	$\frac{1}{2}s$		
	// $+3$		



{ Nota di Abbottista: il filtro fa in modo da essere disaccoppiato, alle frequenze in banda attenuata! BELLO! }

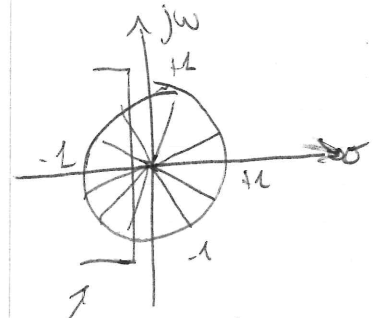
$$\frac{2s^2+5s+30}{2s^3+5s^2+36s+15}$$

Z	$2s^3+5s^2+36s+15$	$2s^2+5s+30$	Y
	$2s^3+5s^2+36s+15$		s (I°)

Es 2:

Consideriamo il seguente modulo del coeff. di trasmiss.:

$$|t(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^8} \qquad \frac{1}{1+p^8} \rightarrow \omega^2 = -p^2 \quad p^8 = -1$$



prendiamo solo quelle nel semipiano negativo!

$$t(p)\,t(-p) = \frac{1}{1+p^8}$$

$$\omega^2 = -p^2 \longrightarrow p^8 = -1$$

$$-1 = e^{j(\pi+2k\pi)} \qquad k = 1, 2 \dots 8$$

$$[p-(\cos\varphi+j\sin\varphi)][p-(\cos\varphi-j\sin\varphi)] = [(p-\cos\varphi)-j\sin\varphi][(p-\cos\varphi)+j\sin\varphi] =$$

$$= (p-\cos\varphi)^2+\sin^2\varphi = p^2-2p\cos\varphi+1$$

Essendo una rete a scala passa basso, i condensatori stanno in parallelo, gli induttori in serie, 2 a 2

Problema altro

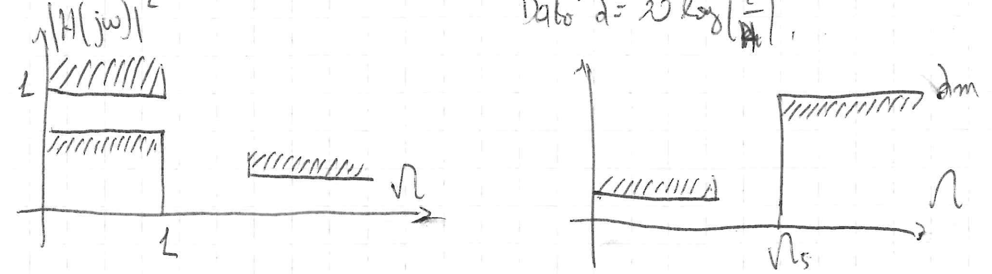
Sintesi filtro LC troncato

MATLab: W= conv(u, v) !!!

21 | 11 | 08 | Teoria

Filtri di Butterworth

Sono ad oggi i più semplici passa basso normalizzati usati in letteratura. Queste sono le specifiche sul modulo quadro. Dato $\alpha = 20\log\left(\frac{1}{|H|}\right)$.

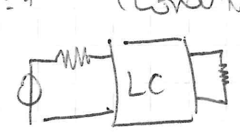


La cosa più semplice è questa:

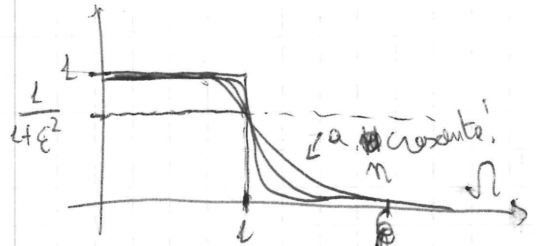
$$|H(j\omega)|^2 = \underbrace{\frac{M}{1+\epsilon^2\Omega^{2n}}}_{|H(j\Omega)|^2}$$

Per ottenere dei filtri LC senza perdite e passivi, $M=1$; in questo modo sono soddisfatte le condizioni di attuabilità!

$0 \le |H(j\omega)|^2 \le 1$ (condizione necessaria e suff. da non allora dimostrato)



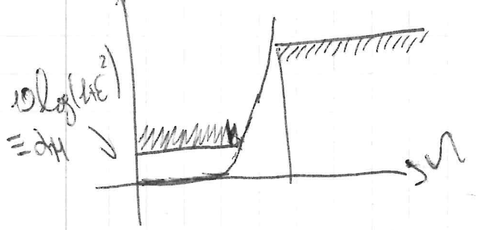
Bisogna dimensionare ϵ e M in modo da ottenere la curva di risposta specificata. Se disegnamo queste curve vediamo che:



La derivata è nulla per un tratto molto lungo, per $M-1$ volte; per questo i filtri Butterworth vengono detti "massimamente piatti".

Quanto più n è elevato, tanto più rapidamente si scende a 0!

Guardando l'attenuazione:



Dato α_M assegnato nelle specifiche,

$$10\log(1+\epsilon^2) = \alpha_M$$
$$\log(1+\epsilon^2) = 0{,}1\,\alpha_M$$
$$1+\epsilon^2 = 10^{0{,}1\,\alpha_M}$$

$$\epsilon = \pm\sqrt{10^{0{,}1\,\alpha_M} - 1}$$

In corrispondenza di Ω_s, l'attenuazione deve essere maggiore di α_m

$$\alpha_m = \alpha(\Omega_s) = 10\log\left(1+\epsilon^2\Omega_s^{2n}\right) \ge \alpha_m$$

Approssimando:

$$10\log\left(\epsilon^2\Omega_s^{2n}\right) \ge \alpha_m \to$$

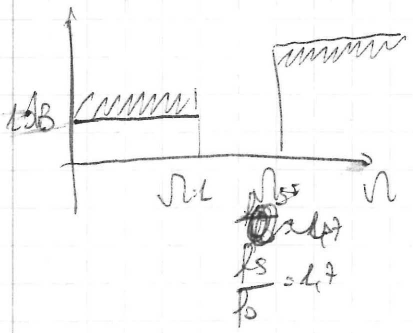
$$10\log\left(\epsilon^2\Omega_s^{2}\right) \ge \alpha_m$$

$$\to 20\log\epsilon + n\,20\log\Omega_s \ge \alpha_m$$

$$n \ge \frac{\alpha_m - 20\log\epsilon}{20\log(\Omega_s)}$$

n deve essere intero, quindi al limite si soddisfano in eccesso le specifiche.

Esempio: assegnate le specifiche:



$$\to \epsilon = \sqrt{10^{0{,}1} - 1} \cong 0{,}51$$

$$n \ge \frac{15 - 20\log_{10}(0{,}51)}{20\log_{10}(1{,}7)} = 4{,}33 \longrightarrow 5$$

Però solo per specifiche così "blande", serve $n=5$! Quindi serve un filtro di ordine 5!

Butterworth ha un'attenuazione che altera poco, ma la fase prossima a quella lineare!

Filtro di Chebyshev

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2[T_n(\Omega)]^2}$$

$T_n(\Omega)$ POLINOMI DI CHEBYSHEV

Sono polinomi sfruttati per risolvere problemi MINIMAX; ha ottenuto ciò risolvendo eq. differenziali.

"Filtri a ugual ondulazione"; sono i filtri a selettività maggiore, cioè a parità di maschera han bisogno del minor numero di componenti

$$T_n(\Omega) \triangleq \cos(n \, \mathrm{ArcCos}(\Omega)) \qquad |\Omega|<1$$
$$= \cosh(n \, \mathrm{ArcCosh}(\Omega))$$

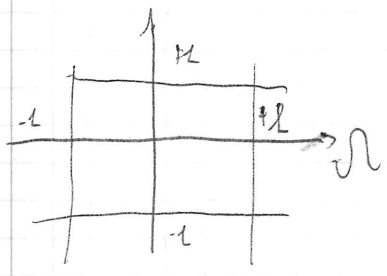
È un polinomio? Osserviamo che per $n=0$, $T_0 = 1$;
se $n=1$, $T_1 = \cos(\mathrm{ArcCos}(\Omega)) = \Omega$

Esiste una formula ricorrente tale per cui si può trovare il "$n+1$":

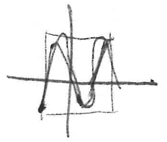
$$T_k(\Omega) = 2\Omega T_{k-1}(\Omega) - T_{k-2}(\Omega)$$

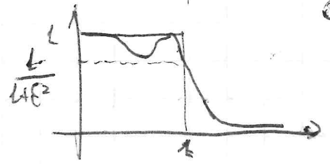
Quindi

per $n=2$, $T_2 = 2\Omega T_1 - T_0 = 2\Omega^2 - 1$



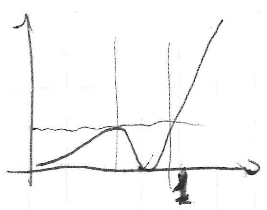
Possiamo studiare l'andamento per $\Omega>0$; prendiamo ad esempio il grado 3:



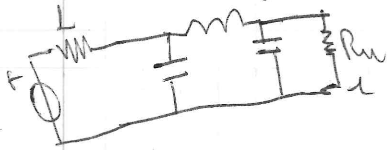


Questo è il modulo del nostro filtro di ordine 3!

Banda attenuata:

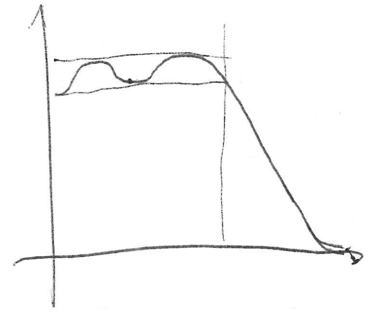


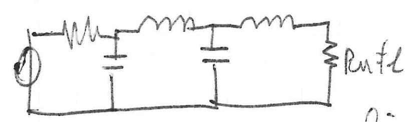
CIRCUITO!



Per la continua, si ha il massimo trasferimento possibile, perché l'induttore si chiude. Quindi, $R_n=1$ (si ha ADATTAMENTO del circuito per la continua)

Nota: con $n=4$, il circuito sarà così:





Nota: ORA non vale più 1 la resistenza, perché ora non si parte dal punto con coefficiente di trasmissione dei filtri! Per Butterworth vale SEMPRE 1, per Chebyshev INVECE NO!

Per quanto riguarda ε, cambia qualcosa rispetto a Butterworth? L'espressione da scrivere è SEMPRE LA STESSA!

$$10 \log(1+\varepsilon^2) = \alpha_M$$
$$\rightarrow 1+\varepsilon^2 = 10^{0,1\alpha_M}$$

L'espressione è UGUALE!

Per n, invece? Vediamo!

$$n \geq \frac{\mathrm{ArcCosh}\left(\sqrt{10^{0,1\alpha_m}-1}\,/\,|\varepsilon|\right)}{\mathrm{ArcCos}(\Omega_s)}$$

Vediamo che:

$$\alpha(\Omega_s) \geq \alpha_m$$
$$\alpha(\Omega_s) = 10 \log\left[1+\varepsilon^2 T_n^2(\Omega_s)\right] \geq \alpha_m$$
$$1+\varepsilon^2 T_n^2(\Omega_s) \geq 10^{0,1\alpha_m}$$
$$\varepsilon^2 T_n^2(\Omega_s) \geq 10^{0,1\alpha_m} - 1 \rightarrow |\varepsilon| T_n(\Omega_s) \geq \sqrt{10^{0,1\alpha_m}-1}$$

T_n è sempre positivo, $|\varepsilon|$ sono col MODULO perché ε potrebbe essere positivo o negativo.

Poi si pensa la dimostrazione e si trova "n".

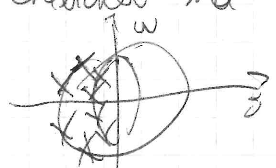
Facendo i conti, trovo n=3, nel circuito analogo a quello di prima! Il grado viene quindi diminuito!

Butterworth si usa poco, se non per cose estremamente regolari! O applicazioni particolari.

Si dimostra che i Chebyshev sono il MASSIMO in termini di selettività!

Maggiore selettività si può avere con i filtri ellittici

Chebyshev ha i filtri "poggiati sull'ellisse" anziché sulla circonferenza

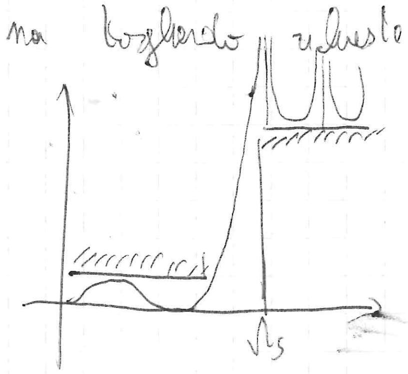


quindi capita che con un filtro alto, avere poli vicino all'asse ω è brutto.

La vicinanza all'asse $j\omega$ è definita e quantificata dal "Q" del polo. Per i filtri passivi NO PROBLEMA.

Inoltre, i poli vicini a $j\omega$, provocano cattivi effetti per la fase! Tanto più il filtro è selettivo, tanto meno la fase è lineare!

Altra categoria di filtri, più selettivi, ossia che cercano di avere un'attenuazione maggiore dove serve! Esempio, una Ω_s più piccola, ma togliendo richiesto in banda attenuata!



Ossia, abbassare le potenze in banda attenuata, e ~~[illegible]~~ aumentare la frequenza.

Filtri Ellittici (di Cauer)

Tutto si basa sull'uso di circuiti risonanti!

$$Z = sL + \frac{1}{sC} = \frac{s^2LC+1}{sC}$$

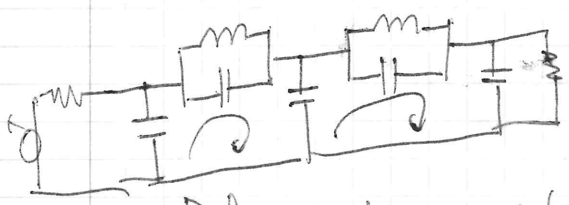
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Corto circuito per $\omega=\omega_0$

Circuito aperto per $\omega=\omega_0$

Ciascun circuito risonante introduce uno zero di trasmissione, in modo da aumentare la pendenza in banda attenuata, e poi ottenere le

Al posto dei induttori o condensatori, mettiamo risonatori serie e parallelo!



Grado 5 del filtro (3 condensatori, e 2 risonatori)

Dal circuito, per determinare il grado, si calcola il numero di componenti reattivi, e si toglie il numero di maglie di condensatori e tagli di induttori.

Manuali

AEG-TELEFUNKEN

Rudolf Saal – Handbuch zum Filter...

P = Potenza (Butterworth: in tedesco si usa per comportam. potenza)

T = Chebyshev

Poi: si fa vedere come si fa un passa alto (2), ed il passa basso (1): in pratica capita che in un passa alto si sostituiscono i condensatori con gli induttori e viceversa.

24/11/08	Teoria

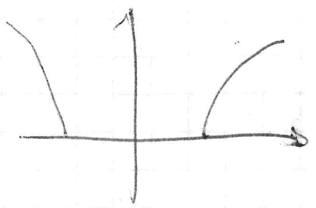
Trasformazioni di frequenza

In generale i filtri si devono fare per valori molto diversi da 0 a 1, poi può essere un passa alto, banda, ecc.
Con le trasformazioni di frequenza si può far ciò.

Dato $s = \Sigma + j\Omega$ (variabile normalizzata della rete)

Si può scrivere

$$\alpha_A(\Omega) = 20 \log \frac{1}{|H(j\Omega)|}$$



α_A è pari, quindi anche se ci interessa solo il pezzo esterno anche il negativo.

Si fa un cambio di variabili: p diventa la variabile effettiva della rete denormalizzata. Dato $s = F(p)$, si ha

$$\Phi(p) = H(F(p))$$

Scegliendo $F(p)$ idoneamente, si può fa in modo da scegliere una curva di attenuazione che soddisfi le nostre specifiche.

La cosa più semplice, che già abbiamo visto, è "denormalizzare" rispetto alla frequenza f_0. (o ω_0) Se $\Omega = 1$, $f = f_0$!

Avevamo definito $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$

$$1 \longleftrightarrow f = f_0 \; !$$

$$s = \frac{p}{\omega_0} \; !$$

L'asse delle frequenze viene scalato per $\omega = \omega_0$!

Cosa capita? Se ho un condensatore C, e un'ammettenza

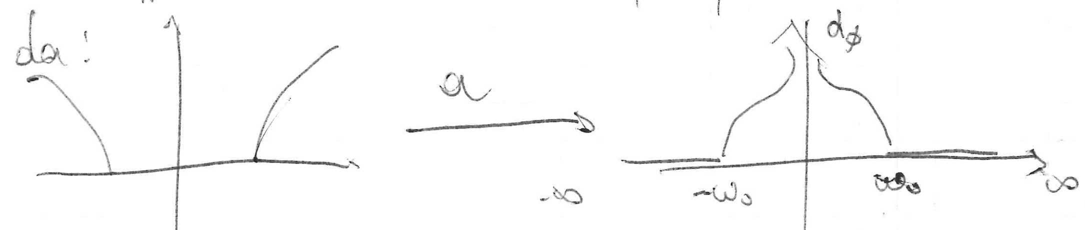
$Y = sC$, $\quad Y|_p = p\frac{C}{\omega_0} \longrightarrow C|_p = \frac{C}{\omega_0}$

Come si fa per ottenere da un passa basso un passa alto? Beh, si può fare il RECIPROCO: la trasformazione passa basso normalizzato e passa alto è:

$$s = \frac{\omega_0}{p} \; ; \quad j\Omega = \frac{\omega_0}{j\omega} = -j\frac{\omega_0}{\omega}$$

$$\rightarrow \Omega = \frac{\omega_0}{\omega}$$

La mappatura trasforma 0 in ∞, quindi si ha:



La seconda è una curva di risposta passa alto!
Cosa capita? Se il condensatore ha $Y = s.C$,

$$s = \frac{\omega_0}{p} \rightarrow Y = \frac{\omega_0 C}{p} = \frac{1}{\frac{p}{\omega_0 C}} \longrightarrow L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

Il condensatore si trasforma in un induttore di induttanza $L = \omega_0 \cdot C$. Dualmente un induttore diventa un condensatore!

Se si vuole progettare un passa alto, si cerca la soluzione con il minor numero di induttori, e la trasformazione li farà diventare condensatori!

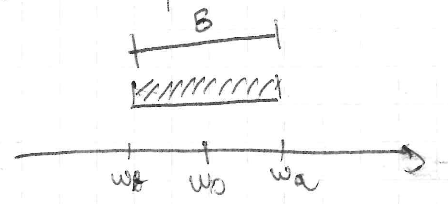
Esempio: Bisogna prendere la maschera e trasformarla in quella del passa basso che più ci serve!
O per sintesi o dal manuale si trova il circuito; si applica la trasformazione, e così si arriva al circuito finale!
Si sintetizza il passa basso, e quindi si trasforma nel passa alto corrispondente!

E un passa banda? Beh, è difficile senza manuali.
Si fa una combinazione di passa basso e passa alto.

$$s = \frac{\omega_0}{B}\left(\frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p}\right); \qquad B = \omega_a - \omega_b;$$

$$\Omega = Q_0\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \qquad \omega_0 = \sqrt{\omega_a \omega_b}$$

ω_a = ALTO, FREQ.
ω_b: sta per BASSO.



Ora, bisogna assegnare un Ω, e vedere quanto vale ω. Il problema è che salta fuori un'equazione di II° grado :(

$$\Omega = Q_0 \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - Q_0 \frac{\omega_0}{\omega}$$

$$\rightarrow \omega\Omega = Q_0 \frac{\omega^2}{\omega_0} - Q_0\omega_0 \quad \rightarrow Q_0 \frac{\omega^2}{\omega_0} - \Omega\omega - \omega_0 Q_0 = 0$$

$$\rightarrow Q_0\omega^2 - \Omega\omega_0\omega - \omega_0^2 Q_0 = 0$$

$$\rightarrow \omega^2 - \frac{\omega_0}{Q_0}\omega\Omega - \omega_0^2 = 0$$

Scelti ω_0 e Q_0, ~~fissato~~ posso trovare due valori della ω!
Le due pulsazioni, $\underbrace{\omega_1 \text{ e } \bar{\omega}_1}_{\Omega}$, hanno come prodotto ω_0^2!

La soluzione ha simmetria geometrica rispetto alla frequenza di centro banda.
Facendo corrispondenze, si può vedere che, nell'intervallo $[-1; 1]$, si mappa in due intervalli: $[-\omega_a; -\omega_b]$; $[\omega_b; \omega_a]$ (uno positivo e uno negativo!)
La banda passante si mappa nell'intervallo $[\omega_a; \omega_b]$.

Inconvenienti:
1) Il numero di elementi, mentre si fa la sintesi, è ridondante.
2) Il numero di induttori è superiore a quello indispensabile
3) I valori dei componenti son molto dispersi: $\sim \frac{\omega_0}{B} \gg 1$

Procedura:
- Si calcolano $\omega_0 = \sqrt{\omega_a\omega_b}$ e $B = \omega_a - \omega_b \Rightarrow Q_0$
- Si trova la maschera del passa basso
- Si trova il passa basso
- Si trasformano i componenti.

$$s = Q_0\left(\frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p}\right) \qquad z = sl$$

$$Z(p) \longrightarrow Q_0\left(\frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p}\right)l = \frac{Q_0 l}{\omega_0} p + \frac{Q_0 \omega_0 l}{p}$$

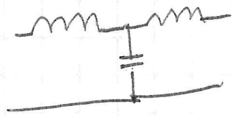
Due elementi in serie: un induttore $L = \frac{Q_0 l}{\omega_0}$, ed un condensatore di capacità $\frac{1}{Q_0 \omega_0 l}$ $\Rightarrow$!!!

A che frequenza risuona questo risonatore?

$$f = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\omega_0^2}}} = \omega_0$$

Ora risuona alla frequenza di centro banda!

Prima il circuito era

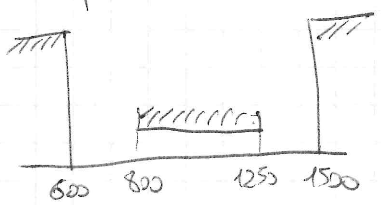


$\Longrightarrow$ per $f=0$ si aveva il coeff. di trasmissione 1, ora la cosa capita a frequenza f_0!

Facendo l'ammettenza, $Y(p)$, si trova un risonatore parallelo.
Che invece che da corto per $f=f_0$ "STACCA" l'entrata dall'uscita!

Come si progetta?

Esempio!



Come si progetta?

1) Ricerca sul normale del modello passa basso

$f_0 = 1000$

$B = 2\pi(1250-800) = 2\pi\, 450$

$Q_0 = 2{,}222$

$\Omega = Q_0\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$

Si provano due limiti, prima con 600, poi con 1500:

$$\Omega|_{1500} = 2{,}22\left(\frac{1500}{1000} - \frac{1000}{1500}\right) = 1{,}852$$

$$\Omega|_{600} = 2{,}22\left(\frac{600}{1000} - \frac{1000}{600}\right) = -2{,}370$$

Si sceglie la I^a: sostituendo 1500, si trova un valore alto; sostituendo 600 uno ~~alto~~ basso. Il secondo valore non va bene perché è più lontano da 1500 rispetto all'altro. Forse pensare più alto.
Il primo è più vicino allo spettro.

Filtri RC attivi

Libro: Active Filter Design Handbook (G.S. Moschytz)
Presidente della IEEE

1) Si fa la simulazione di reti LC
- simulano le equazioni del circuito LC
- simulatore di (~~ammettenze~~ immettenze o impedenza) → GIC

2) Circuiti che non hanno equivalente LC!

Celle in cascata

Fasi:

1) Fase di approssimazione di una funzione (si cerca di far sì che i poli non lontani dall'asse $j\omega$!) La cella di ordine due è la più piccola possibile.

2) Fattorizzazione: ~~si cerca di fa~~ Devono essere 2 poli anche 3

3) I filtri si realizzano con celle biquadratiche: una rete RC con una reazione, e l'operazionale!

Vantaggi: semplicità di progetto, facilità di messa a punto del circuito, minimo consumo di potenza, modularità.

27/11/08 | Teoria

Con s si indica la variabile complessa della rete NORMALIZZATA, p la effettiva. Dato passa basso normalizzato voglio trovare il generico filtro. Nei filtri RC attivi vogliamo conoscere E i poli e gli zeri.
Pensiamo di trasformare la nostra rete passa basso normalizzata e vedere cosa succede.
Data una radice reale in $-\sigma_1$, quindi

$s+\sigma_1$ Per calcolare le radici usiamo le relazioni sopra, e quindi boh. Si avrà:

$$Q_0 \cdot \left[\frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p}\right] + \sigma_1 = 0$$

Moltiplichiamo per $p\omega_0$, e quindi:

$$Q_0 p^2 + \omega_0^2 Q_0 + \sigma_1 p \omega_0 = 0 \to p$$

$$\to p^2 + \frac{\sigma_1 \omega_0}{Q_0} p + \omega_0^2 = 0$$

Da σ_1 si passa a $\sigma_c \pm j\omega_c$
(sulle dispense abbiamo se radice complessa anziché σ_1)

$$p_{1,2} = \frac{\omega_2-\omega_1}{2}\left[\Sigma_1 + j\Omega_1 \pm \sqrt{-[\Omega_1^2 - \Sigma_1^2 + 4\Omega^2 \ldots]}\right]$$

Si trovano le due radici, poi se prendo la complessa coniugata ne trovo altre due, e boh.
Data $\sigma_0 \pm j\omega_0$, avremo due radici, due coppie complesse coniugate!
C'è una tabella riassuntiva con tutte le definizioni, le soluzioni, e simili!

Per i filtri Cauer, per ogni c'è un termine $(s^2+\Omega_1^2)^2(s^2+\Omega_2^2)^2 \ldots$

Se la funzione viene applicata sul passa banda, la funzione finale RADDOPPIA di grado! Partendo da un passa basso di grado 3, si arriva ad un passa banda di grado 6!
Le due soluzioni p_1 e p_2 sono le più utili! Rappresento le radici in quel modo!

FILTRI RC-ATTIVI.

Nomenclatura: data una radice p_1, se ne può identificare modulo e fase, o le coordinate. Di solito usiamo il modulo/fase:

$$\omega_p = \sqrt{\sigma_1^2+\omega_1^2}$$

$$q_p \triangleq -\frac{\omega_p}{2\sigma_1} \quad (\text{"q" della radice})$$

Nel semipiano sx, σ_1 è negativo, quindi boh!
$q_p > 0$ per radici nel semipiano di sx, !!!!
Per $q_p \to \infty$, la radice tende ad andare sull'asse ω!
Tanto più ~~la radice~~ q (per i poli) è alto, tanto più il circuito tende all'instabilità, e boh.

Bley: "Intuitivamente, quanto più q_p è elevato, tanto più il progetto del circuito è critico"!

$$[s-(\sigma_1+j\omega_1)][s-(\sigma_1-j\omega_1)] = \cancel{\ldots = s^2 - \sigma_1^2 + \omega_1^2}$$

$$[(s-\sigma_1)-j\omega_1][(s-\sigma_1)+j\omega_1] = (s-\sigma_1)^2+\omega_1^2 = -\sigma_1 \cdot s + \sigma_1^2+\omega_1^2$$

$$\cancel{\ldots\ \sigma_1^2+\omega_1^2 = 0} = s^2 + \frac{\omega_p}{q_p} s + \omega_p^2$$

Questo è il polinomio associato alla radice di un certo ω_p e un certo q_p. Nelle slide usa "p" anziché "s"!
Dato un polinomio, è facile fare il "passaggio inverso!":

$$\to s^2 + \underbrace{\boxed{\frac{R_1}{R_2}}}_{\omega_p/q_p} s + \underbrace{\boxed{\frac{R_0}{R_2}}}_{\omega_p^2} \quad \text{e così!}$$

Con le celle biquadratiche avremo a che fare con:

$$H(s) = K\frac{s^2 + \frac{\omega_z}{q_z}s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{q_p}s + \omega_p^2} \rightarrow D(s)$$

Una cella passa-alto avrà:

$$H(s) = \frac{s^2}{D(s)} \quad \text{(High-Pass)}$$

Oppure,

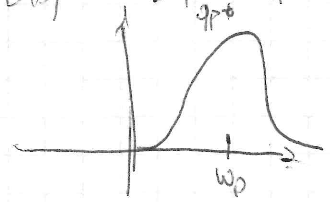
$$\frac{\omega_p^2}{D(s)} \quad \text{(Low-Pass)}$$

;

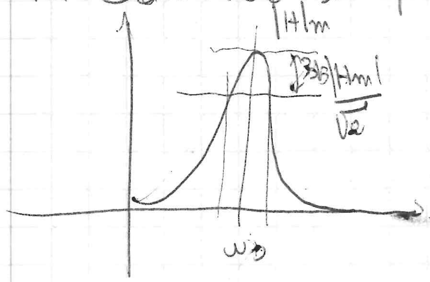
$$\frac{s\frac{\omega_p}{q_z}}{D(s)} = \frac{\frac{\omega_p}{q_p}}{s^2 + \frac{\omega_p}{q_p}s + \omega_p^2} = \text{PASSA BANDA.}$$

(Band Pass)

RISONATORE!



Per caratterizzare il polo serve anche il Q! Vediamo:



$$Q = \frac{\omega_0}{B}$$

Inoltre:

$$Q \stackrel{?}{=} \omega_0 LR$$

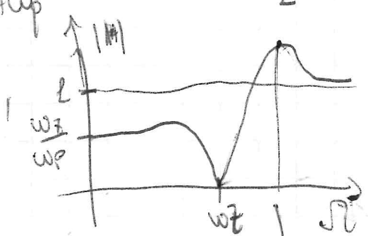
Queste cose sono a p. BOH! /84 (p. 4)

Data la situazione:

$$\frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{q_p}s + \omega_p^2}$$

Si possono avere tre casi, tre tipi diversi di circuito, se $\omega_z \gtreqless \omega_p$!

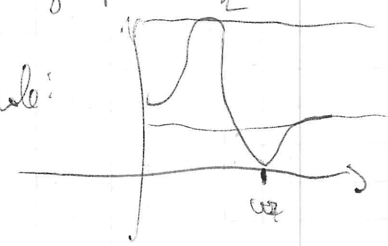
Se $\omega_z < \omega_p$,



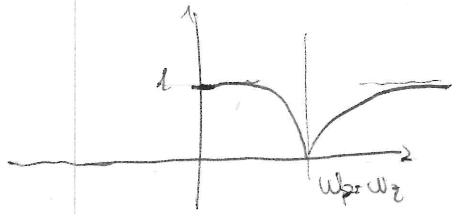
Questa struttura ha uno zero; questo è un punto di notch; questo è HPN: high pass notch

C'è poi la situazione duale: $\omega_z > \omega_p$, grafico duale:

Low pass Notch



Terzo possibile, $\omega_p = \omega_z$, nella quale:



Band-reject (stoppabanda)

Elimina una frequenza precisa; BR

Usiamo di solito operazionali compensati internamente;

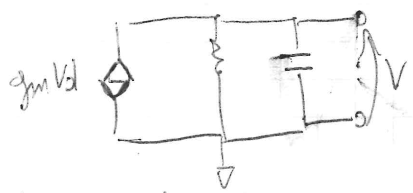
$$A(p) = \frac{A_0\omega_2}{p + \omega_2}$$

; ω_t "frequenza di taglio".

Come si presenta con SPICE una cosa simile? Beh, avremo bisogno di un circuito semi-ideale di tipo:

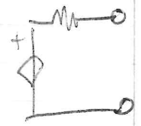
$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_t}}$$

Lo si può fare rappresentando in questo modo l'operazionale:



$$V = g_m V_d \cdot \frac{1}{G + sC}$$

$$\frac{V_u}{V_d} = \frac{A_d\,\omega_2}{s + \omega_2}$$



$$V_u = K g_m \frac{1}{G + sC} V_d$$

$$\frac{V_u}{V_d} = \frac{K g_m}{G + sC}$$

Spice generatori dipendenti

$$\begin{array}{cccccc} G1 & 0 & 4 & 2 & 3 & g1gm \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{identificativo} & \text{corrente da 0} & \text{a 4} & V_d^- & V_d^+ & g_m \end{array}$$

Questo, MOLTO CARINO!

Esercitazione

Progetto di filtri LC

1) $R_i = 600\,\Omega$, carico $= 600\,\Omega$, cauer, da 0 a 8 kHz, attenuazione trasduttore a 0,3 dB, banda attenuata = 26 kHz, att. trasduttore non più di 40 dB.

Da manuale, si cerca Cauer; si divide per 8 la frequenza, per avere 1 di banda passante; $\frac{26}{8} = 3{,}25$

Serve un filtro con ω_s un poco più piccolo di 3,25, ma anche l'attenuazione giusta!

C03 02: TIPO, grado, il percento del coefficiente di riflessione al modulo quadro

Non va bene: attenua poco in banda attenuata!

C0325 va bene: 0,28 dB

Si guarda nel catalogo, e da qui si tira fuori l'attenuazione a ω 3,25!

Risultato, C0325, $\theta = 18$

Si sceglie il θ; poi, si calcolano con gli indici normalizzati i componenti!

$c_1 = 1{,}298350$; $l_2 = 1{,}076654$; $c_2 = 0{,}067366$; $c_3 = 1{,}298350$.

$R = 600$;

$C_1 = C_3 = \frac{c_1}{R_0 \omega_0}$

2) Passa alto Chebishev $R_1 = 50\,\Omega$, $R_u = 50\,\Omega$,
banda passante da 15 kHz a ∞ att. $\leq$ di 1,3 dB, attenuazione di 40 dB da 0 a 8 kHz

$\frac{15}{8} = 1{,}875$

$$n = \frac{\mathrm{ArcCosh}\left(\sqrt{10^{0,1\,da} - 1} \,/\, |\varepsilon|\right)}{\mathrm{ArcCosh}(\omega_s)} \qquad \varepsilon = \sqrt{10^{0,1\,a_{max}} - 1} = \cancel{1{,}5326327}\ 0{,}59$$

$n \geq \lceil 4{,}697 \rceil = 5$

Filtro C0550

Si cerca quello con più induttori, o si sceglie dal catalogo!

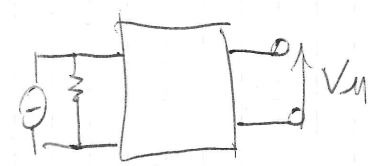
Servono appunti BEN di come scegliere dal catalogo!

Per capire qual è il migliore, studio banda attenuata al grafico iniziale del Saal

28/11/08

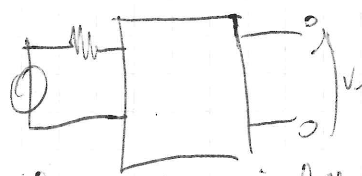
Esercizio 3: quelli uguali

Es. 4: più carino! Progettare filtro LC caricato da una sola parte! Quando ho un dispositivo così:



$|Z_m| = \left|\frac{V_u}{I}\right|$

$\Downarrow$



Il manuale dei filtri permette anche di fare circuiti di questo genere caricati solo da un lato!

Avevo visto:

$|t(j\omega)|^2 \longrightarrow \rho(s) \longrightarrow z(s)$

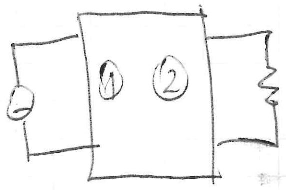
Ora, dal modulo quadro di z_u:

$|z_u|^2 = \left|\frac{V_u}{I}\right|^2$

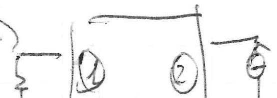
C'è un legame con la parte reale di z, e da qui si riesce a costruire la $z(s)$:

$|z_u|^2 \longrightarrow \mathrm{Re}\{z(s)\} \longrightarrow z(s)$

Come si fa a sintetizzare filtri così? Dal manuale dei filtri LC, si prende da $z_1=\infty$, $z_2=L$! Ciò permette di avere le soluzioni possibili! Nella letteratura, con $z_1=\infty$, $z_2=L$ si ha solo la resistenza di uscita!

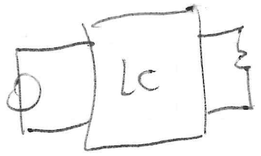


Ma questo è diverso da ciò che avevamo pensato!
Cosa bella: essendo una rete LC, è reciproca, quindi si può di fatto "fare il contrario":



Inoltre, il manuale si può leggere "dal basso verso l'alto", e porre $z_1'=0$, $z_2'=L$, o così via.

$\Downarrow$



(questa dalla colonna late "dal basso"!)

Per reciprocità, è possibile fare:

Il problema: questa resistenza di ingresso di 50 Ω e uscita a vuoto. Quindi, vedremo la prossima volta.

SENSITIVITY

Vogliamo qualcosa che abbia una curva di risposta che stia entro certe specifiche. Si introduce il concetto di sensibilità!

Data una funzione reale dipendente da un certo numero di parametri,

$F = F(x_1; x_2; \dots)$

Si chiama "sensibilità" della funzione F la quantità:

$$S_{x_i}^F \triangleq \frac{x_i}{F}\cdot\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{\frac{\partial F}{F}}{\frac{\partial x_i}{x_i}} = \frac{\partial[\ln(F)]}{\partial[\ln(x_i)]}$$

Questo è il rapporto delle variazioni relative della funzione rispetto alla variazione relativa del parametro.

Si può pensare come derivata del logaritmo!

Si può fare un'altra cosa: la variazione relativa della funzione vale (Usiamo S) una relativa della variabile, e così via!

Si può dire che la variazione sia circa uguale a: (per variazioni piccole)

$$\frac{\Delta F}{F} \simeq S_{x_i}^F \cdot \frac{\Delta x_i}{x_i} \quad \text{(per variazioni PICCOLE!)}$$

Data una funzione di rete che dipende dai componenti, si può ricorrere alla definizione. C'è però un numero di regole che può snellire le operazioni!

$$S_{x_i}^F = \frac{\frac{dF}{F}}{\frac{dx_i}{x_i}} = \frac{x_i}{F}\cdot\frac{\partial F}{\partial x_i}$$

Proprietà (tratte dal libro!) FARLE! 1...2...3...

Esempio di calcolo: (usa le proprietà!)

$$S_{R_{11}}^{\omega_p} \qquad \omega_p = \sqrt{\frac{R_{11}+R_{12}}{R_{11}R_{12}R_{14}C_2C_3}}$$

Per la proprietà, $S_x^{p^\alpha} = \alpha S_x^p$

$$\rightarrow S_{R_{11}}^{\omega_p} = \frac{1}{2} S_{R_{11}}^{\frac{R_{11}+R_{12}}{R_{11}R_{12}R_{14}C_2C_3}}$$

Usiamo la sensibilità del prodotto: (proprietà)

$$\frac{1}{2} \cdot \left[S_{R_{11}}^{R_{11}+R_{12}} - S_{R_{11}}^{R_{11}R_{12}R_{14}C_1C_2} \right] = \frac{1}{2}\left[\frac{R_{11} \cancel{S_{R_{11}}^{R_{11}}} + R_{12} \cancel{S_{R_{11}}^{R_{12}}} = 0}{R_{11}+R_{12}} + \cancel{R_{12}R_{14}C_2C_3} \right.$$

$$\left. - S_{R_{11}}^{R_{11}} \right] = -\frac{1}{2} \frac{R_{12}}{R_{11}+R_{12}}$$

Il concetto di sensibilità è stato introdotto per esprimere la variazione della funzione con un'espressione compatta.

Data una funzione di rete che dipende da tutti i parametri $x_1 \dots x_n$,

$$V^F \triangleq \frac{dF}{F} = \sum_{i=1}^{n} S_{x_i}^F \frac{dx_i}{x_i} = \sum V_{x_i}^F$$

Ovvero è la somma degli effetti dovuti a tutte le variazioni elementari dovute ai vari componenti!

$$\frac{\Delta F}{F} \simeq V^F \simeq \sum_{i=1}^{n} S_{x_i}^F \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

La nostra funzione di rete varrà:

$$F(p) = K \frac{\prod (p+\sigma_{zi}) \prod \left(p^2 + \frac{\omega_{zi}}{q_{zi}} p + \omega_{zi}^2\right)}{\prod (p+\sigma_{pj}) \prod \left(p^2 + \frac{\omega_{pj}}{q_{pj}} p + \omega_{pj}^2\right)}$$

Data una funzione $G(\omega)$ con due funzioni di II° grado,

$$G(\omega) = \left| \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{q_z} s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{q_p} s + \omega_p^2} \right|_{s=j\omega} = \frac{\left|s^2 + \frac{\omega_z}{q_z} s + \omega_z^2\right|_{s=j\omega}}{\left|s^2 + \frac{\omega_p}{q_p} s + \omega_p^2\right|_{s=j\omega}} = \frac{G_{2N}(\omega)}{G_{2D}(\omega)}$$

Quindi,

$$\frac{\Delta G}{G} = \sum_{i=1}^{N} S_{x_i}^G \cdot \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

La G è data dai due casi; per calcolare la sensibilità, devo esprimere $S_{x_i}^G$, ma posso usare la formula del prodotto e che dice:

$$S_{x_i}^G = S_{x_i}^{G_{2N}} - S_{x_i}^{G_{2D}}$$

$$S_{x_i}^{G_{2N}} = S_{\omega_z}^{G_{2N}} S_{x_i}^{\omega_z} + S_{q_z}^{G_{2N}} S_{x_i}^{q_z}$$

$$S_{x_i}^{G_{2D}} = S_{\omega_p}^{G_{2D}} S_{x_i}^{\omega_p} + S_{q_p}^{G_{2D}} S_{x_i}^{q_p}$$

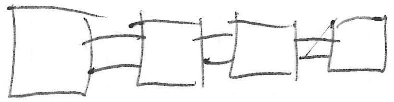
$$S_{x_i}^G = \left[S_{x_i}^{G_{2N}} - S_{x_i}^{G_{2D}} \right]$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \sum_{i=1}^{N} \left\{ \underset{(1)}{S_{\omega_z}^{G_{2N}}} \underset{(2)}{S_{x_i}^{\omega_z}} + \underset{(1)}{S_{q_z}^{G_{2N}}} \underset{(2)}{S_{x_i}^{q_z}} - \left[\underset{(1)}{S_{\omega_p}^{G_{2D}}} \underset{(2)}{S_{x_i}^{\omega_p}} + \underset{(1)}{S_{q_p}^{G_{2D}}} \underset{(2)}{S_{x_i}^{q_p}} \right] \right\} \frac{\Delta x_i}{x_i} \quad (3)$$

Allora 3 termini: sensibilità di G rispetto ai coefficienti (1), sensibilità dei coefficienti (ω_p) rispetto ai componenti x_i ~~elementi~~ (2), ~~dei coefficienti rispetto ai componenti, (3),~~ e della tendenza (3)

Se la funzione ha anche nulli di I° e II° grado (come qua), le formule diventano più complicate (vedi dispense di Breg)

La sensibilità della funzione rispetto ai coeff. cambia a seconda della forma (Cauer, Butterworth, Chebyshev), quella dei coeff. dai componenti!

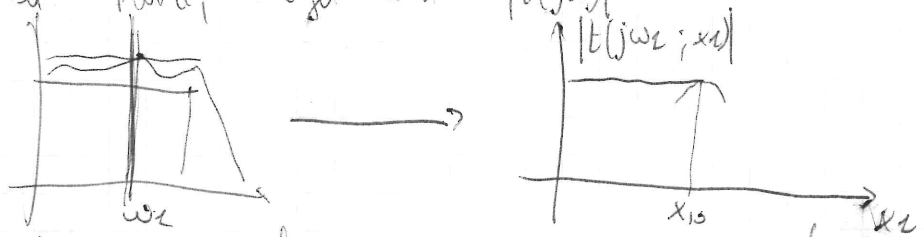


Dato alle incascate,

$V^F = \sum V^{F_i}$, dove $F_i(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$

Nella nostra struttura ciò che predomina sono i termini di sensibilità del modulo rispetto al Q, e le altre (quelle rispetto a cui si sente tanto più quanto Q è alto).
Si cerca di ridurre le variazioni rispetto alla frequenza!

Che possiamo dire per i filtri LC lcaricati?
Beh, il doppio bipolo è fatto in modo da avere un coeff di trasmissione con modulo unitario (o circa) in banda passante, X ~~negli altri casi~~ in realtà $|t(j\omega)| = 1$ solo in un numero limitato di punti, negli altri $|t(j\omega)| \cong 1$



Facciamo un diagramma con un componente x_i con ω_i tale per cui $|t(j\omega_i)| = 1$; facendo variare il componente attorno al suo valore nominale, di sicuro non può superare l'unità, quindi può al più DIMINUIRE! ~~Cella~~ La potenza non può crescere! Quindi, $\frac{\partial t}{\partial x_i} = 0$ (il punto $j\omega_i$ e x_i è un MASSIMO!)

La sensibilità del modulo rispetto a x_i è circa 0! Nei punti in cui il coeff di trasmissione vale 1, la sensibilità è 0!
Fuori da quei punti, si può dire che la sensibilità resterà, in banda passante, bassa rispetto a variazioni dei componenti!

1/12/08

L'ultima volta abbiamo parlato di celle in cascata e abbiamo detto che la cella più critica è quella con il Q dei poli più elevato.
Vorremmo cercare di fare, a partire da specifiche, la cura di approssimazione col Q minore, o cercare di mantenere "ferma" la frequenza dei poli! Infatti, le variazioni della freq. poli le frequenze è $2Q\, f_{poli}$ (qualcosa al genere), ecc.

I filtri LC lcaricati, a causa della loro passività, hanno sensibilità bassa. Abbiamo poi fatto vedere un diagramma dove si fa vedere il passa banda fatto con vari LC, simulazioni, ecc.

Indice di sensibilità (multiparametrica):

$$\frac{\Delta F}{F} \cong \sum S_{x_i}^F \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

Quello che si cerca di fare è partire dalle seguenti ipotesi: una grandezza si può sempre esprimere come somma delle sensibilità rispetto ai vari parametri, per le variazioni relative dei componenti.
Si suppone che il modulo di queste variazioni si debba sempre ~~sempre~~ ~~mantenere~~ ~~minore~~ mantenere minore di un ε_i,

$$\left|\frac{\Delta x_i}{x_i}\right| < \varepsilon_i \quad , \quad e \quad \left|\frac{\Delta F}{F}\right| < \sum \left|S_{x_i}^F\right| \varepsilon_i \quad \text{(worst case)}$$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots \varepsilon_n = \varepsilon$

Allora la sensibilità multiparametrica di caso peggiore è:

$$\left|\frac{\Delta F}{F}\right| < \varepsilon \sum \left|S_{x_i}^F\right| = \varepsilon W^F$$

sens. multiparametrica di caso peggiore: SI SOMMANO TUTTE LE COSE.

Questa è una stima molto pessimistica!

Si considera una sensibilità multiparametrica "statistica": $\frac{\Delta x_i}{x_i}$, $\frac{\Delta F}{F}$, sono variabili aleatorie con una propria d.d.p., valor medio e varianza.

Si ipotizza che le variazioni siano statisticamente indipendenti, che $\Delta F/F$ nel caso relativa a valor medio nullo, con una varianza pari a:

$$\sigma^2_{\Delta F/F} = \sum \left| S^F_{x_i} \right|^2 \sigma_i^2 \quad \text{IPOTIZZANDO}$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2 = \sigma^2$$

$$\sigma^2_{\Delta F/F} = \sigma^2 \sum \left| S^F_{x_i} \right|^2 = \sigma \varphi^F_K$$ sensibilità multiparametrica STATISTICA! è più semplice! Più realistica!

Prodotto guadagno-sensibilità

$$\frac{\Delta F}{F} = \sum S^F_{R_1} \frac{\Delta R_1}{R_1} + \sum S^F_{C_j} \frac{\Delta C_j}{C_j} + S^F_A \frac{\Delta A}{A}$$

Si può dimostrare che se noi prendiamo la sensibilità di la cella di valutare con guadagno infinito, $S_A^F \to 0$!

Per calcolare con un operazionale, non lo si suppone ideale, si calcola $A S_A^F$, e si pone $A \to \infty$

ESEMPIO A FACCIA MB ~~?~~TRESSO p. 128

Volendo diminuire la sensibilità di un amplificatore rispetto a una certa quantità, bisogna che si abbassi il prodotto guadagno-sensibilità:

$$\omega_p \underbrace{\left[-\frac{1}{2q_p} + j\sqrt{1 - \frac{1}{4q_p}} \right]}_{\text{NON DIPENDE DA } \omega_p!}$$

Criteri di confronto

1) La frequenza deve essere ~~?~~ del tipo $\frac{1}{R_1 R_3 C_2 C_4} = \omega_p^2$

~~?~~ Questo deve essere minore o uguale di 0,5

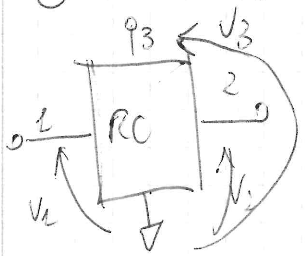
Generazione e classificazione di celle biquadratiche con un solo OA

Sono le preferibili sotto il punto di vista del consumo!

Con le reti RC non possono ottenere poli ~~?~~ complessi coniugati, potremo allocare una reazione sulla rete in modo da produrre

Due tipi di celle: • reazione positiva, ... (~~?~~ enhanced positive feedback); • reazione negativa (modelli ...)

Consideriamo la configurazione a reazione positiva (vogliamo capire come costruire una CELLA!)



$V_2 = t_{12} V_1 + t_{32} V_3$ Si può calcolare come combinazione lineare, mediante i coefficienti di trasmissione come coeff. moltiplicativi!

$$\longrightarrow t_{12}(p) = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{V_3=0} = \frac{n_{12}(p)}{d(p)}$$

Idem posso calcolare il coeff. di trasmissione:

$$t_{32} = \left. \frac{V_2}{V_3} \right|_{V_1=0} = \frac{n_{32}(p)}{d(p)}$$

$$\mu = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_u = V_3 = V_2 \cdot \mu \; ;$$

$$V_u = \mu \cdot \left(t_{12} V_1 + t_{32} V_3 \right) = V_3$$

$$V_3 (1 - \mu t_{32}) = \mu t_{12} \cdot V_1$$

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{\mu t_{12}}{1 - \mu t_{32}} = \frac{\mu n_{12}(p)}{d(p) - \mu n_{32}(p)}$$

$$d(p) = p^2 + \frac{\overline{\omega}_2}{\overline{q}_2} p + \overline{\omega}_2^{\,2}$$

$q < 0{,}5$: le soluzioni stanno sull'asse reale negativo!

n_{32} deve avere un'espressione tale da non avere ω_p con H. La frequenza del polo deve essere legata alla sola rete RC. La unica possibilità è avere t_{32} di questa forma:

$$t_{32} = H \cdot \frac{p\left(\frac{\overline{\omega}_2}{\overline{q}_2}\right)}{p^2 + \frac{\overline{\omega}_2}{\overline{q}_2} p + \overline{\omega}_2^{\,2}} \rightarrow \text{SOLO IL TERMINE DI PRIMO GRADO!}$$

Questa è una funzione passa banda: per poter realizzare una funzione a reazione di II° grado con poli nel semipiano di ~~sx~~ sx, bisogna avere una funzione passa banda.

IL RISULTATO È:

$$\begin{cases} \omega_p = \overline{\omega}_2 \\ q_p = \dfrac{\overline{q}_2}{1 - \mu H} \end{cases} \qquad \mu H < 1 \text{ per STABILITÀ!}$$

Per quanto riguarda la realizzazione, usando amplificatori maggiori di 1 ci si muove su di un cerchio, ma se ne esalta il valore.

Se μ è il minimo, ok, se aumenta, posso cominciare a provare.

11/12/08 Teoria e tecn.

Reti non lineari

Testo principale: "Strogatz" Nonlinear dynamics and chaos

Quali sono i fenomeni che si possono osservare nei sistemi non lineari?

~~Ci~~ I circuiti non lineari hanno un fenomeno particolare: se il circuito lineare è instabile, tensione e corrente vanno a infinito per $t \to \infty$. Linearmente.

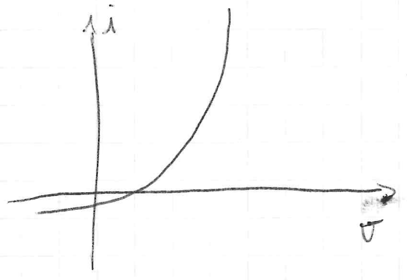
- Nei circuiti non lineari, può capitare che il sistema raggiunga valori infiniti in tempi finiti.
- Può capitare che il sistema abbia più di un punto di equilibrio o anche nessuno. ~~Il fatto~~ Il fatto che il sistema funzioni su un punto piuttosto di un altro, dipende ~~solo~~ dalle condizioni iniziali, ad esempio la carica che gira nel circuito.
- I sistemi non lineari possono avere fenomeni periodici, detti "cicli limite". In un sistema lineare si possono avere soluzioni periodiche non smorzate, se i poli stanno sull'asse immaginario ω. ($\sigma = 0$). (oscillazione non smorzata). Nei sistemi lineari questa soluzione è molto instabile: il polo può essere facilmente spostato, ad esempio dalla temperatura, ~~ma~~ per poi essere o attenuato (se cade a sx) o destabilizzarsi (a dx). Esistono sistemi non lineari ben stabilizzati, con frequenze ben definite, al più qualche armonica extra, e poi SENZA DIPENDENZA DALLE CONDIZIONI INIZIALI, cosa che invece capita negli oscillatori su sistemi lineari. Dopo un transitorio iniziale, il sistema evolve fino a raggiungere una condizione di equilibrio: il ciclo limite.

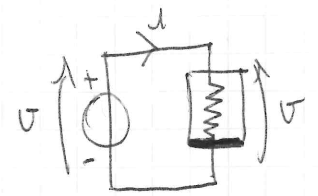
(antimultipli)

- Il sistema può produrre sottoarmoniche, o modi di funzionamento detti "quasi periodici", in quanto generati da una somma di sinusoidi con frequenze NON MULTIPLE TRA LORO!
- Comportamento caotico: possono svilupparsi andamenti nel tempo che non portano a periodicità, o equilibrio: il sistema continua ad essere sempre limitato, ma l'evoluzione è sensibile alle condizioni iniziali. Partendo da due condizioni iniziali vicine, dopo un certo tempo gli andamenti dell'uscita ~~vanno in~~ si comportano in modo del tutto diverso: si ha CAOS DETERMINISTICO: le equazioni sono deterministiche, ma, con piccole indeterminazioni, differenze sulle condizioni iniziali, l'uscita del sistema è completamente differente, dopo un certo tempo! Il più semplice circuito in grado di fornire fenomeni caotici è di grado 3 (vedremo il circuito di Chua).
- Diversi modi di funzionamento del sistema: il circuito può avere un ciclo limite, piuttosto che un punto di funzionamento piuttosto che altro. L'attrazione dell'uno o dell'altro dipende dalle condizioni iniziali.

Sul lineare questa molteplicità è inesistente. Dovremo imparare a sfruttarla, al fine di realizzare cose belle.

Esempio: come il sistema può produrre armoniche?
Un circuito non lineare si disegna così:





$v(t)$ è sinusoidale; è l'andamento tensione/corrente. Si vede che, combinando la non-linearità della relazione tensione/corrente e il passare del tempo "t", la ottengo non più una sinusoide ma qualcosa di diverso. Si saranno generate dunque armoniche di grado superiore.
È un sistema che introduce distorsione di armoniche!

Esercitazione

0) Punto di approssimazione: si ricavano le formule di analisi, e quindi si vede che $C_3 = 1$, $C_2 = 12$ e così si abbassa il prodotto guadagno-sensibilità (K).

1) Calcolare il grado del filtro: si prende il più stringente, quindi:

$\omega = 2000 \; ; \; 4400$

$\boxed{\omega_s = 20\,kHz}$

$$f_0 = \sqrt{3000 \cdot 3400} = 3193{,}744\ Hz \qquad Q_0 = \frac{f_0}{B} = 7{,}985$$

$$\Omega = Q_0 \cdot \left| \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right| < \begin{array}{l} 7{,}985 \cdot \left(\frac{2000}{3194} - \frac{3194}{2000} \right) = -7{,}752 \\ = 5{,}204 \end{array}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1 \cdot 0,3} - 1} = 0{,}258$$

$$n \geq \frac{\alpha_m - 20 \log \varepsilon}{20 \log(\Omega_s)} = 2{,}92$$

Si estraggono i valori dal manuale; viene fuori:

$$\frac{V_u}{V_e} = T(s) = \frac{1}{C} \cdot \frac{}{(s + 1{,}570417)}$$

12/0/12/08

Componenti resistivi non lineari

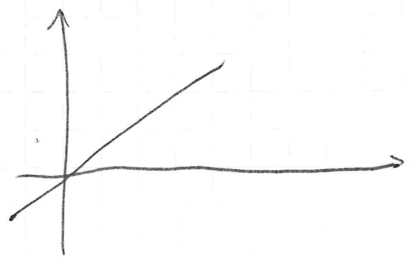
Resistore: soddisfa la seguente relazione:

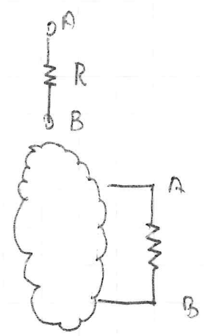
$$R_R = \{(v;i) : f(v;i) = \phi\}$$

Si dice lineare se:

$f(v;i) = v - Ri$; $f(v;i) = i - Gv$

Fuori da questi due casi, il resistore è non lineare

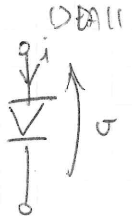




Bilaterale: indifferente il verso (positivo o negativo).

Esempio di resistori non lineari

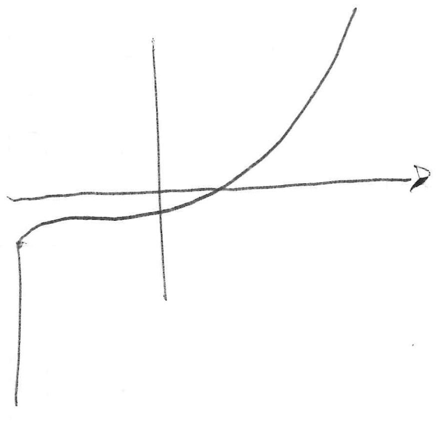
DIODI IDEALI



$R_{ID} = \{(v;i) : \ldots$

Ciò che sappiamo è che il diodo ideale è utile per costruire altre caratteristiche. Nel nostro caso, si usa per costruire caratteristiche di resistori lineari a tratti.

Diodi a giunzione p-n:



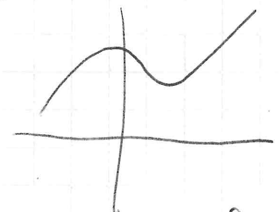
Equazione:

$$R_{PN} = \{(v;i) : i = I_S\left(e^{\frac{v}{V_T}} - 1\right)\}$$

Questo è un modello base usato in SPICE: non ha la discontinuità del diodo ideale. ~~Viene~~ Spice considera circuiti reali.

Resistore controllato in tensione: questa resistenza (diodo) è controllata in tensione.

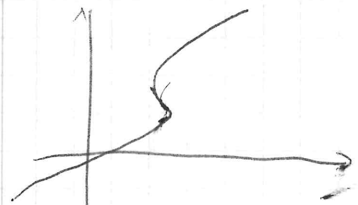
Diodo tunnel:



C'è un tratto in cui il prodotto $v \cdot i$ è positivo. In questo tratto, il diodo "funziona da generatore"; il sistema è "localmente attivo", in quel tratto di caratteristica. "$v \cdot i < 0$"

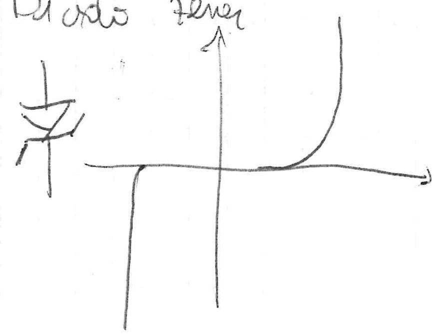
Si parla di sistemi globalmente passivi se, $\forall v, i$, $v \cdot i > 0$

Tubo a scarica a bagliore



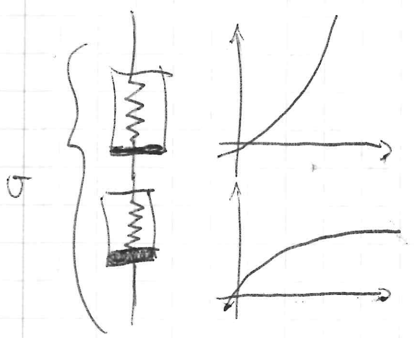
Resistore controllato in corrente, non controllato in tensione.

Diodo zener



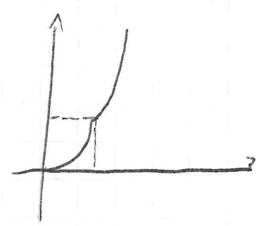
Generatore di tensione

Capovolgendo il diodo: caratteristica ribaltata



La caratteristica si ottiene sommando le caratteristiche:

$v = v_1 + v_2$

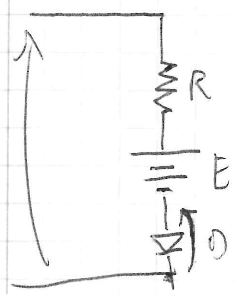


Questo, con due resistori controllati in corrente! Ci sono due resistori controllati con due correnti diverse, o altri.

Altro esempio: resistore lineare e dispositivo comandato in tensione.

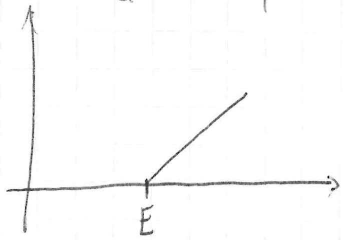
- Serie tra un diodo e un resistore lineare
- Collegamento parallelo

Concave resistor (resistore concavo)

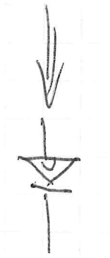


Quando il diodo conduce?

Quando $v_d = v - E$, $v \geq E$, il diodo conduce!



$v = E + R \cdot i$



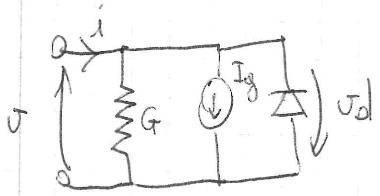
Formula in forma chiusa:

$\longrightarrow i = \frac{G}{2}\left[|v-E| + (v+E)\right]$

$v > E \rightarrow \frac{G}{2}(2v-2E) = v-E$

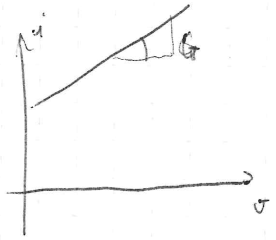
$v < E \rightarrow 0.$

Altro elemento: Resistore Convesso



$v_d = -v$

Per $v > 0$, $v_d < 0$, e il diodo non conduce



$i = G v + I_g$

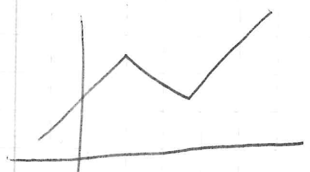
Se $v < 0$, il diodo conduce:

?

nella resistenza non va più corrente, perché non c'è tensione ai suoi capi;

$i = I_g - i_D \longrightarrow i_D = I_g - i$

Come è possibile ottenere caratteristiche lineari a tratti?



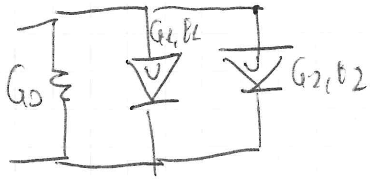
Questa curva è utile in quanto ad esempio approssima la caratteristica del diodo tunnel, con questo operatore.
Con la circuiteria si riesce ad ottenere qualcosa di piuttosto buona.

Vogliamo ottenere ciò:

$$\begin{cases} v < E_1 \longrightarrow G = G_A \\ E_1 < v < E_2 \longrightarrow G = G_B \\ v > E_2 \longrightarrow G = G_C \end{cases}$$

Come facciamo? Prima resistore ~~concavo~~, poi resistore concavo (a pendenza negativa), poi ~~convesso~~ concavo ancora.

~~I due resistori concavi~~



Si impone poi che le pendenze siano quelle desiderate. Per far ciò,

$$\begin{cases} 1)\ G_0 = G_A \\ 2)\ G_0 + G_1 = G_B \\ 3)\ G_0 + G_1 + G_2 = G_C \end{cases} \qquad \begin{cases} G_B = G_A + G_1 \\ G_C = G_A + G_1 + G_2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$G_1 = -G_A + G_C$$

$$G_2 = -G_B + G_C$$

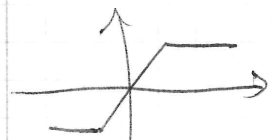
15/12/18

Avevamo detto che c'è il resistore convesso.

Come si fa la pendenza negativa? Con il FDNR!

GIC

Si può fare un modello dell'amplificatore come dispositivo lineare a tratti, con un SPIGOLO

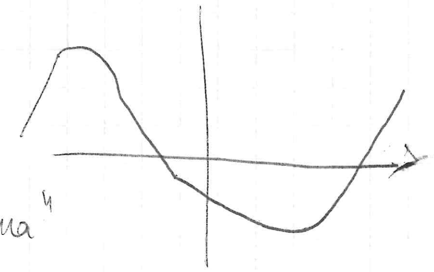


Amplificando una tensione infinitesima si ha $\begin{cases} i_- = 0 \\ i_+ = 0 \\ v_+ - v_- = 0 \end{cases}$

Si può trattare come una batteria, a seconda del verso!

Dovremo realizzare il circuito di Chua.

Ci concentriamo sull'elemento non lineare:

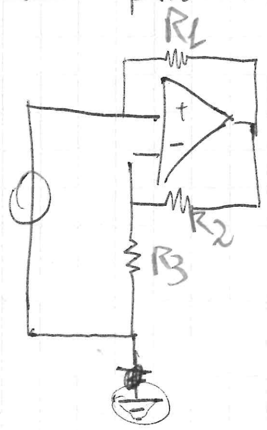


Il diodo viene chiamato "diodo di Chua" perché viene spesso usato nel circuito.

Dobbiamo capire come realizzare i tratti a pendenza negativa, ci sono i circuiti equivalenti!

L'idea è prendere e usare un resistore PWL

Resistore primo PWL:



Supponendo che il circuito sia in zona lineare, si ha che:

$$i = \frac{v - v_u}{R_1}$$

$$i_3 = \frac{v}{R_3} \qquad v_u = (R_2 + R_3) i_3 = \frac{R_2 + R_3}{R_3} v$$

$$i = -\frac{R_2}{R_1 R_3} v$$

$$\boxed{R_e = \frac{v}{i} = -\frac{R_1 R_3}{R_2}}$$ NEGATIVA

Serve che v_u sia più piccola della tensione di alimentazione in modo che l'amplificatore non vada in saturazione!

Regione di saturazione:

$$i = \frac{v - E_s}{R_1}$$

Nella regione ~~[illegible]~~ tra i Bp il resistore ha resistenza negativa!

Negli altri casi, positiva!

Ci sono le formule di design per questi dispositivi!

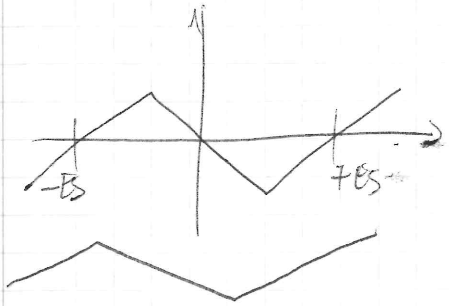
$R_1 = R_2 = \frac{1}{G_B}$

$R_3 = -\frac{1}{G_A}$

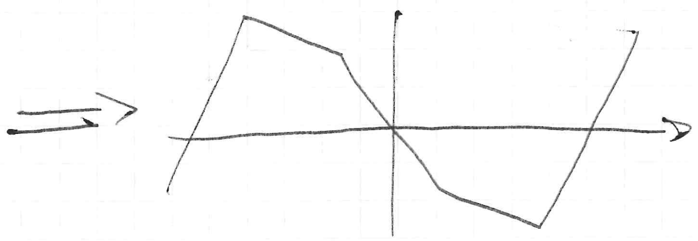
$$\boxed{G_A = -\frac{R_2}{R_1 R_3} \qquad G_B = \frac{1}{R_1} \qquad B_p = \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_3}} E_s = \frac{R_3}{R_2+R_3} E_s}$$

Diodo di Chua

Dati due elementi non lineari in parallelo, la caratteristica si ottiene sommando le caratteristiche!



La curva passa SEMPRE per Es



Si ha una composizione di spezzate, si sommano le pendenze, ecc.!

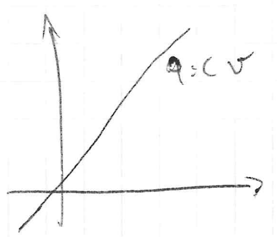
$$\begin{cases} G_A = G_{a1} + G_{a2} - G_e \\ G_B = G_{a1} + G_{B1} \\ B_{p2} = \dfrac{E_s}{1+\frac{G_{a2}}{G_{B2}}} \end{cases}$$

Formule di design

Elementi con memoria

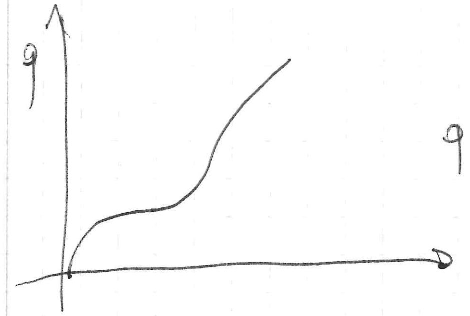
Condensatore non lineare

$f(q; v) = 0$



$$\frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt}$$

$\rightarrow dq = C\,dv$



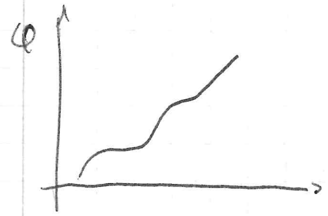
$q = p(v)$

$v = \vartheta(q)$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} = C(v)\frac{dv}{dt}$$

$\hookrightarrow$ capacità differenziale!

Induttore



$g(\varphi; i)$

$\varphi = L \cdot i$

$$v = \frac{d\varphi}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

$$v = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{di}\,\frac{di}{dt}$$

INDUTTANZA DIFFERENZIALE

Questi sono elementi con memoria "particolari", non lineari!

Memristor:

attualmente, abbiamo definito corrente, flusso, carica, tensione.

Ognuno dei componenti stabilisce un legame tra due delle grandezze.

Quello che manca è un elemento che leghi flusso e carica.

Chua ha ipotizzato l'esistenza di un componente che leghi un $d\varphi$ a un dq. Si era riusciti a ottenere qualcosa, ma non "base", non "essenziale": derivato da altri componenti!

La HP quest'anno ha costruito un componente che si comporta nel modo previsto da Chua dal momento che si è lavorato a scala nanometrica!

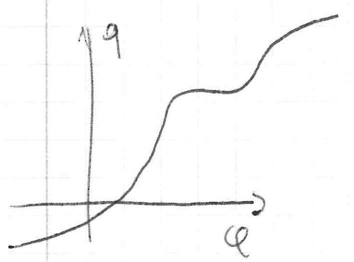
18/12/08 | TEORIA

Memristor

Avevamo detto che il memristor relaziona q e φ.
Il legame in questione è:

$d\varphi = M(q)\, dq$

dove M è la grandezza in questione!
Si ha dunque il legame tra flusso e carica!
La definizione base data da Chua parte da v, una relazione implicita che lega:



Questo è un dispositivo controllato in flusso
Si può anche controllare in carica!

~~Dato il~~
Si ha che:

$v = \frac{d\varphi}{dt}$; $v\,dt = d\varphi$

$\rightarrow \boxed{\varphi(t) \triangleq \int_{-\infty}^{t} v(\tau)\, d\tau}$ questo è il flusso!

Volendo dare

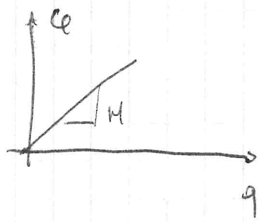
$\varphi = f(q)$;

$d\varphi = M(q)\, dq \longleftrightarrow M(q) = \frac{df}{dq}$!

$q(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} i(\tau)\, d\tau$

Quindi, la carica dipende dalla corrente che è fluita nel tempo!
Da qui, MEMORY RESISTOR!

Serve il memristor lineare?



Se la $\frac{df}{dq}$ è costante, l'equazione di partenza diventa quella di un resistore!

Il memristore lineare non HA SENSO, perché è un resistore!

Chua ha fatto un circuito incasinato per farlo.
Esiste una generica espressione:

$$\begin{cases} v = R(\xi) \cdot i \\ \frac{d\xi}{dt} = f(\xi; t) \end{cases}$$

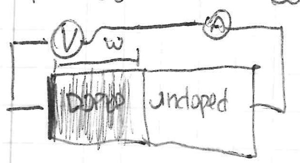
ξ è una variabile che indica lo stato del sistema.

L'uscita è 0 quando l'input è 0.
Si son dimostrate le seguenti proprietà:
1) Il sistema è ~~[illegible]~~ passivo
2) Non dissipa potenza
3) Con un coseno, si ha una figura di Lissajous.

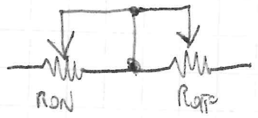
I ricercatori della HP, guardando queste curve di Lissajous, l'effetto desiderato è la capacità di costruire memorie a densità più alta di quelle della tecnologia corrente!
"Ingegnerizzando" il dispositivo con una piccola tecnologia si può capire se ci si trova in livello alto o basso!
Come funziona il dispositivo ~~[illegible]~~ della HP?
L'idea è usare un'architettura "grigliata", "crossbar": applicando una tensione su ciascuno degli ~~interruttori~~ conduttori, tra ciascun conduttore c'è uno switch, ovvero un dispositivo in grado di assumere due valori di resistenza.

Ci sono come "bolle" di carica, che si muovono sotto effetto del campo esterno. ("bolle": assenza di ossigeno).
Una volta tolto, tolta l'azione della tensione esterna, le cariche non si muovono più!

Modello del dispositivo



$$v(t) = \left(R_{on}\frac{w(t)}{D} + R_{off}\left(1-\frac{w(t)}{D}\right)\right) i(t)$$



$u = -\mu\,|\mathcal{E}|$
↑ mobilità!

$$\frac{dw(t)}{dt} = \mu_V \frac{R_{on}}{D} i(t) \qquad i = \frac{dq(t)}{dt}$$

Facciamo qualche passaggio:

$\rightarrow dw = \mu_V \frac{R_{on}}{D} dq$

$\rightarrow \boxed{w(t) = \mu_V \frac{R_{on}}{D} q(t)}$ $w(t)$: separa della quota che separa lo stato conduttore dallo stato non conduttore!

$$v(t) = \left(R_{on}\,\mu_V \frac{R_{on}}{D^2}\cdot q + R_{off}\left(1-\mu_V\frac{R_{on}}{D^2}q\right)\right) i$$

$$\rightarrow v(t) = R_{off}\left[\mu_V \frac{R_{on}^2}{R_{off}}\cdot\frac{1}{D^2}q + \left(1-\frac{\mu_V R_{on}}{D^2}q\right)\right] i$$

Se $R_{on} \ll R_{off}$, il primo termine è trascurabile!

$\Rightarrow$ Si arriva all'equazione:

$$R(q) = M(q) = R_{off}\left(1-\frac{\mu_V R_{on}}{D^2}q\right) i$$

Si ha una relazione tra tensione e corrente, mediante un parametro che ha la dipendenza dalla carica $q(t)$.

Questo fenomeno diviene rilevante (dig) quando si passa alle dimensioni nanometriche; se D è già solo dell'ordine dei μm tutto ciò è ininfluente!

Poi c'è la simulazione! !!

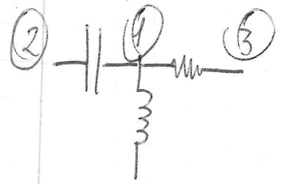
La cosa bella è che tutto ciò permane, anche quando viene scollegata la tensione di alimentazione!

Argomento nuovo:

Abbiamo finora i componenti sotto mano; questo vogliamo analizzare circuiti non lineari, una strategia è far fare al simulatore le cose.
Come lavora SPICE? Come fa a trattare i circuiti non lineari?
Vediamo.

Altra strategia è studiare il comportamento qualitativo: estrarre alcune caratteristiche "peculiari".

MNA: Modified Nodal Analysis
Strada seguita da Spice: metodo dei nodi con qualche variante!
Ci si porta a equazioni integrali, algebriche, differenziali.
L'idea è prendere dei componenti critici (come l'induttore), dire che le correnti uscenti dal nodo è 0, e da ciò:



$$(v_{n1}-v_{n3})G_L + C\frac{dv}{dt}(v_1-v_2) + i_L = 0$$

Si prende come incognita la corrente nell'induttore!
Si aumenta il numero di incognite, quindi si deve aggiungere al sistema anche l'equazione descrittiva dell'induttore!

$$v_{n1} = L \frac{di_L}{dt} \quad ! \quad 1.1$$

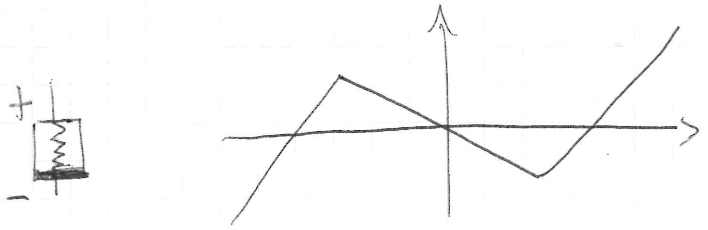
Così siamo con un sistema risolubile, ma ci sono solo eq. differenziali!

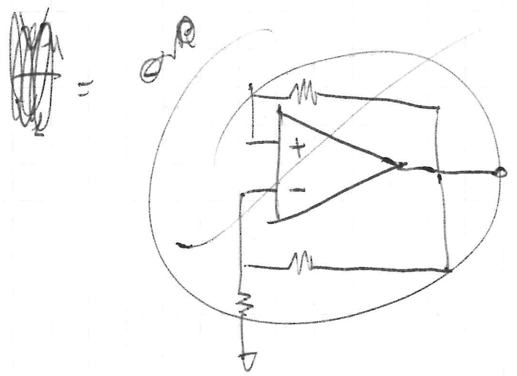
E nel non lineare? Non si usano solo le equazioni viste, ma si usano come equazioni aggiuntive le correnti e i flussi!
Esempio! da internet!

Esercitazione

1) Si cerchi di "ottenere il risultato di figura"

Che strategia si deve usare?



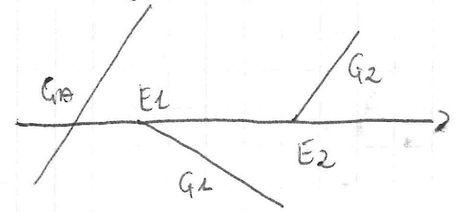


Il punto di partenza è mettere assieme la caratteristica sommando i resistori concavi:

$$i = \frac{G}{2}\left[|V-E| + (V-E)\right]$$

EQUIVALENT DEL CONCAVE RESISTOR!

Ad esempio quindi, per ottenere l'andamento indicato, si può usare un resistore lineare che passa per un certo punto, uno che scende, e un altro che sale: SERIE DI 3 ELEMENTI!



Qualcosa di questo genere: la somma di queste tre caratteristiche che saranno una resistenza normale e una concava

$$\begin{cases} G_A, & v < E_1 \\ G_1, & E_1 < v < E_2 \\ G_2, & v > E_2 \end{cases} \qquad \begin{aligned} G_1 &= G_A - G_B \\ G_2 &= G_1 + G_C \end{aligned}$$

Devono essere tre caratteristiche: poiché si visualizza la forma $i(v)$, avremo 3 contributi:

$$i = i_0 + i_1 + i_2$$

Prendiamo una retta che passi per quel punto, P_1
Questa ha pendenza G_A:

$$i_0 = G_A(v - E_1) + G_B E_1$$

Si scrive l'equazione della retta che va nel punto!

Poi si ha una pendenza incognita: sommando G_1 alla precedente che sale si deve avere la G_A!
Lo spigolo è in E_1 e poi va giù con pendenza G_C da calcolare.
Idem, si fa una terza cosa, su E_2, tale che che preveda G_A (finale).

$G_A + G_1 = G_B$

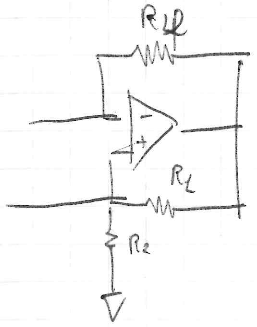
$G_A + G_1 + G_2 = G_C$

$\longrightarrow G_1 = G_B - G_A$
$G_2 = G_C - G_B$

Alla fine della pagina di conti, si ha:

$$i = G_A v + \frac{1}{2}(G_B - G_A)\left(|v+E| - |v-E|\right)$$

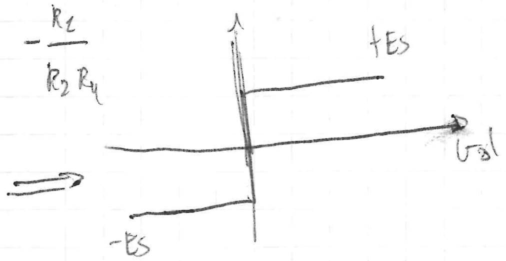
ES 3



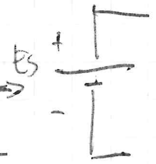
Vogliamo vedere come farà la caratteristica!

La conduttanza negativa si valeva:

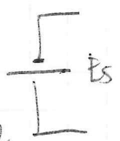
$-\frac{R_L}{R_2 R_1}$

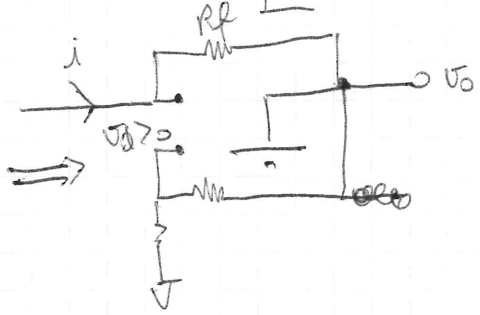


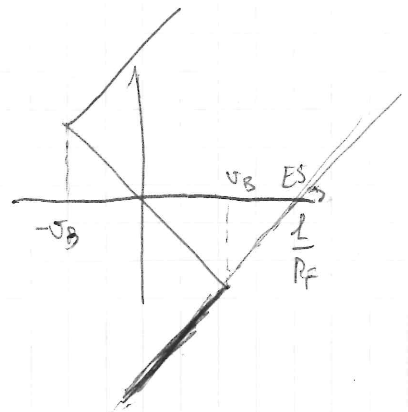
$\Rightarrow$ $v_d > 0 \longrightarrow$



$v_d < 0 \Rightarrow$







Vogliamo stabilire un legame tra i e v_o:

$$i = \frac{v - E_S}{R_f}$$

Quale ramo c'è? Quello sopra o quello sotto?

Sia $v_d > 0$ per ipotesi:

$$V_+ = E_S \frac{R_2}{R_1 + R_2} < E_S$$

La tensione è più piccola di Es.

$$E_S \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \boxed{E_B}$$

Se deve essere più piccola, il ramo è in basso!

Si vede il diodo scambiando ~~polarità~~ v_d

Scambiando la polarità dell'amp op, si ha una caratteristica del tutto diversa!

| 19 | 12 | 08 |

Qual è l'obiettivo ora: dati i nostri circuiti non lineari, si vuole vedere come si comportano. Un "mezzo" è SPICE, che "scrive" le equazioni e le integra :-)

La strategia è risolvere un sistema di eq. differenziali, si prende un intervallo di tempo, e lo divido in tanti "time step"; con dei metodi numerici si trasforma il sistema di eq. differenziali in eq. algebriche e li risolvo!

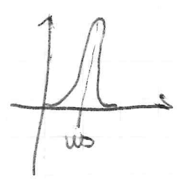
Un modo è sviluppare mediante rapporto incrementale ed esempio!

$$\dot{x}(t_{n+1}) = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h}$$

$$\rightarrow x(t_{n+1}) = x(t_n)\ \dot{x}_{n+1}\, h$$

Si trova un'espressione per l'eq. di funzionamento del condensatore!
Un legame di tipo "resistivo", tra tensione e corrente!
Spice sostituisce, trattando il condensatore come un elemento resistivo
in cui la corrente all'istante n+1 e n+2 è legata alla tensione
dalle relazioni ricavate da Eulero! :-))
Ad ogni step, il circuito diventa un CIRCUITO RESISTIVO!
Idem per il diodo: internamente ci sono equazioni ~~equivalenti~~
dei condensatori presenti, sfruttando questo stesso principio!
Gli errori dipendono dalla formula che sostituisce la derivata, ma dal
time step! L'algoritmo stima l'errore!

Su un circuito con Q elevato, conviene fare un'analisi con time step
basso, altrimenti si "mangia i picchi"



Andando di poco distanti da ω_0,
SI SBAGLIA DI MOLTO!

Variabili di stato

Con variabili di stato intendiamo: ~~un insieme di variabili~~

Un insieme di variabili, $\begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{cases}$

Può essere assunto come "variabili di stato" se:

1) La conoscenza del loro valore all'istante iniziale, t_0, $x_1(t_0)$, $x_2(t_0)$ ...

2) La conoscenza dei valori dei generatori (che possono anche non esserci!) per $t \geq t_0$

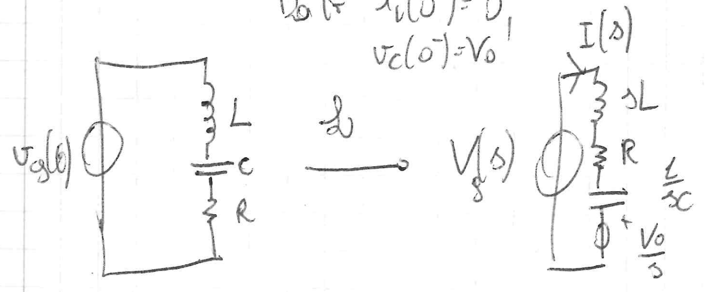
Permette di conoscere $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$, per $t > t_0$,
ma permette di conoscere l'evoluzione temporale, al variare di t!

Conoscendo l'insieme di variabili, all'istante 0, posso prevedere l'evoluzione del sistema da 0 in avanti!

In circuiti lineari, quali sono le variabili di stato?

Caso di circuiti lineari tempo-invarianti
Dato ad esempio il seguente circuito:

Dato $i_L(0^-) = 0$, $v_C(0^-) = V_0$



$$I(s) = \frac{V_g(s) - \frac{V_0}{s}}{sL + R + \frac{1}{sC}}$$

$$\underline{Y}_n \begin{bmatrix} V_{n1} \\ \vdots \\ V_{nn} \end{bmatrix} = \underline{I_g} + \underline{U}(s)$$

$V_{c,0}$, $I_{L,0}$

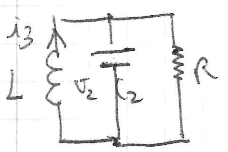
generatori modellanti le condizioni iniziali!

Volendo avere il sistema differenziale di equazioni di stato si vuole ottenere una forma:

$$\underline{\dot{x}} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{x} + \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u}(t) \rightarrow \text{generatori "extra"}$$

Esempio

Scrivere le eq. di stato per il seguente circuito:

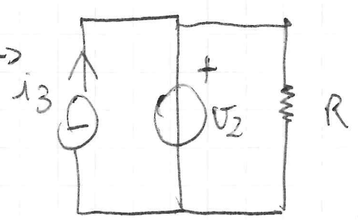


$$\left.\begin{aligned} v_L &= L\frac{di_L}{dt} \\ i_c &= C\frac{dv_c}{dt} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow$$

Sostituiamo un induttore con un generatore di corrente e calcoliamo la tensione ai suoi capi!
Idem sostituiamo il C con un generatore di tensione e ~~m~~calcoliamo la corrente!

Variabili di stato sono i_3 e v_2.

$\longrightarrow$



$\boxed{v_3 = v_2}$ (si vede);

Da qua:

1) $L\frac{di_3}{dt} = v_2$

2) $i_2 = i_3 - \frac{v_2}{R}$

$\longrightarrow i_2 = C\frac{dv_2}{dt}$

$$\begin{cases} 1)\ L\frac{di_3}{dt} = v_2 \\ 2)\ C\frac{dv_2}{dt} = i_3 - G v_2 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} \dot{i}_3 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_3 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

E nei circuiti non lineari?